

Resistência dos Materiais



Sumário

Introdução	01
Comportamento dos Materiais	02
Carregamento Axial - Tração.....	02
Máquina de Ensaio e Corpo de Prova.....	03
Diagrama Tensão x Deformação (A).....	04
Fratura Frágil e Fratura Dúctil	04
Diagrama Tensão x Deformação (B).....	05
Estricção.....	05
Alongamento.....	06
Resiliência, Tenacidade, Ductilidade.....	06
Tensão de Tração	06
Coefficiente de Poisson	07
Compressão.....	07
Tensão de Tração e Deformação.....	08
Revisão de Estática	09
Exercícios de Fixação	13
Cisalhamento Puro	17
Exercícios.....	18
Torção	21
Material Dúctil e Material Frágil sob efeito de Torção	23
Diagramas de Momentos (Torção)	24
Exercícios (Torção).....	25
Flexão.....	27
Esforços Internos Solicitantes na Flexão e Diagramas	28
Convenção de Sinais na Flexão	29
Exercícios de Flexão	31
Momento de Inércia de Sólidos	32
Momento de Inércia de Figuras Planas	33
Alfabeto Grego.....	34
Propriedades Mecânicas de Alguns Materiais	35
Ensaio de Tração (Laboratório)	37
Bibliografia	45

Introdução

A resistência dos materiais é um ramo da mecânica que estuda as relações entre cargas externas aplicadas a um corpo deformável e a intensidade das forças internas que atuam dentro do corpo. Esse assunto abrange também o cálculo da deformação do corpo e o estudo da sua estabilidade, quando ele está submetido a forças externas.

No projeto de qualquer estrutura ou máquina é necessário primeiro usar os princípios da estática para determinar as forças que atuam tanto sobre a máquina como no interior de seus vários membros. As dimensões dos elementos, sua deflexão e sua estabilidade dependem não só das cargas internas como também do tipo de material do qual esses elementos são feitos. Assim, a determinação precisa e a compreensão do comportamento do material são de vital importância para o desenvolvimento das equações usadas na resistência dos materiais. Com o passar do tempo, depois que muitos dos problemas fundamentais da resistência dos materiais foram resolvidos, tornou-se necessário usar técnicas de matemática avançada e de computador para resolver problemas mais complexos. Como resultado, essa matéria ampliou-se para outras disciplinas de mecânica avançada, tais como a teoria da elasticidade e a teoria da plasticidade. A pesquisa nesses campos está em andamento não só para satisfazer a demanda pela resolução de problemas avançados de engenharia, como também para justificar o uso mais amplo e as limitações em que a teoria fundamental da resistência dos materiais é baseada.

Evolução Histórica. A origem da resistência dos materiais remonta ao início do século XVII, época em que Galileu realizou experiências para estudar os efeitos de cargas em hastes e vigas feitas de vários materiais. Entretanto, para a compreensão adequada, foi necessário estabelecer descrições experimentais precisas das propriedades mecânicas de um material. Os métodos para tais descrições foram consideravelmente melhorados no início do século XVIII.

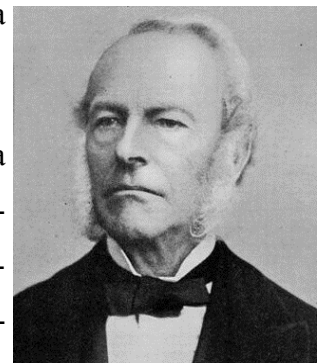


Foto: Claude-Louis Navier

Naquela época, estudos sobre o assunto, tanto experimentais como teóricos, foram realizados, principalmente na França, por notáveis como Saint-Venant, Poisson, Lamé e Navier. Como seus estudos baseavam-se em aplicações da mecânica a corpos materiais, eles denominaram esses estudos “resistência dos materiais”. Atualmente, no entanto, referimo-nos a eles como

Comportamento dos materiais

Os materiais são constituídos por átomos e moléculas nos líquidos ou gases e nos sólidos, também por fibras, cristais, grânulos, associação de diferentes materiais, etc. As interações físicas entre estes constituintes determinam o comportamento dos materiais.

Na Resistência dos Materiais há o interesse na maneira como o material se deforma quando sujeito à ação de forças.

A influência das referidas interações no comportamento macroscópico do material é estudada por ciências como a Física do Estado Sólido e está em grande parte esclarecida, pelo menos qualitativamente. O esclarecimento quantitativo encontra dificuldades devido à

Corpo sob Carregamento Axial - Tração

Considere uma barra BC, de comprimento L e seção transversal uniforme de área A ,

Ao aplicar-se uma carga P , a barra aumenta de comprimento.

Abaixo está ilustrado o diagrama Tensão x Deformação proveniente de um ensaio à tração de um corpo de prova parecido ao mostrado na figura ao lado.

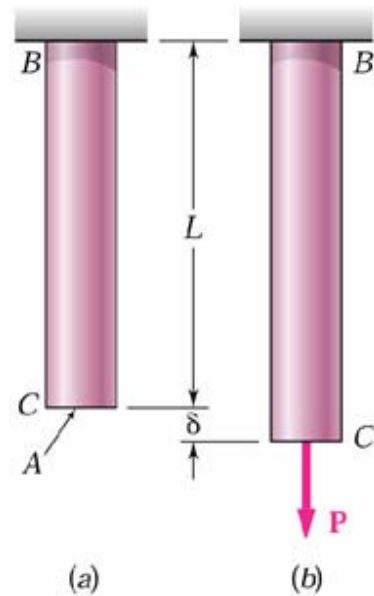
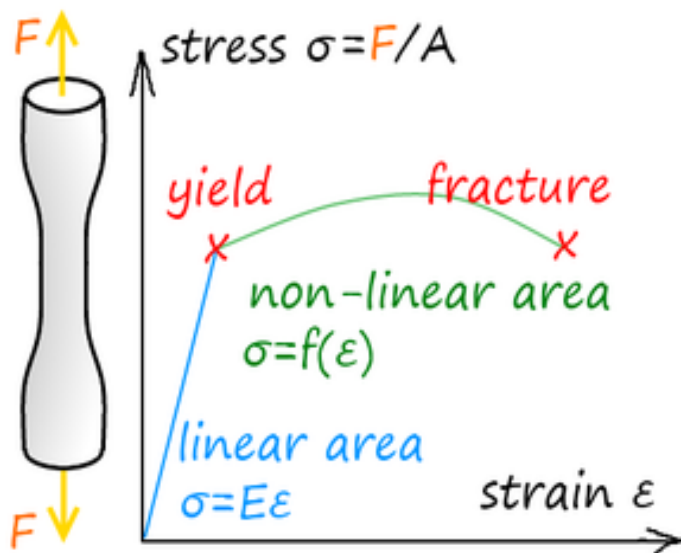
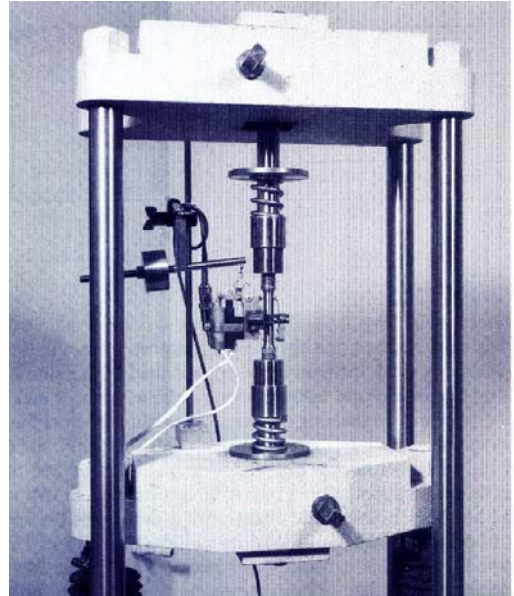


Diagrama Tensão x Deformação
(Ilustrativo)



- Stress - Tensão
- Strain - Deformação
- Linear Area - Área Linear
- Fracture - Ruptura
- Yield - Limite de Elasticidade

Para obter o diagrama tensão-deformação, efetua-se habitualmente um ensaio de tração em um corpo de prova do material. O corpo de prova é colocado em uma máquina de ensaio onde se aplica uma carga concentrada P . À medida que a carga P aumenta, o comprimento do corpo de prova também aumenta e o alongamento δ do corpo de prova é registrado para vários valores de P . Para cada par de leituras P e δ , calcula-se a tensão σ dividindo P pela área inicial da seção transversal do corpo de prova, e a deformação unitária longitudinal ε dividindo o alongamento δ pelo comprimento inicial do corpo de prova. Pode então obter-se o diagrama tensão-deformação representando ε em abscissas e σ em ordenadas.



Máquina para ensaio de materiais

Figura de um Corpo de Prova

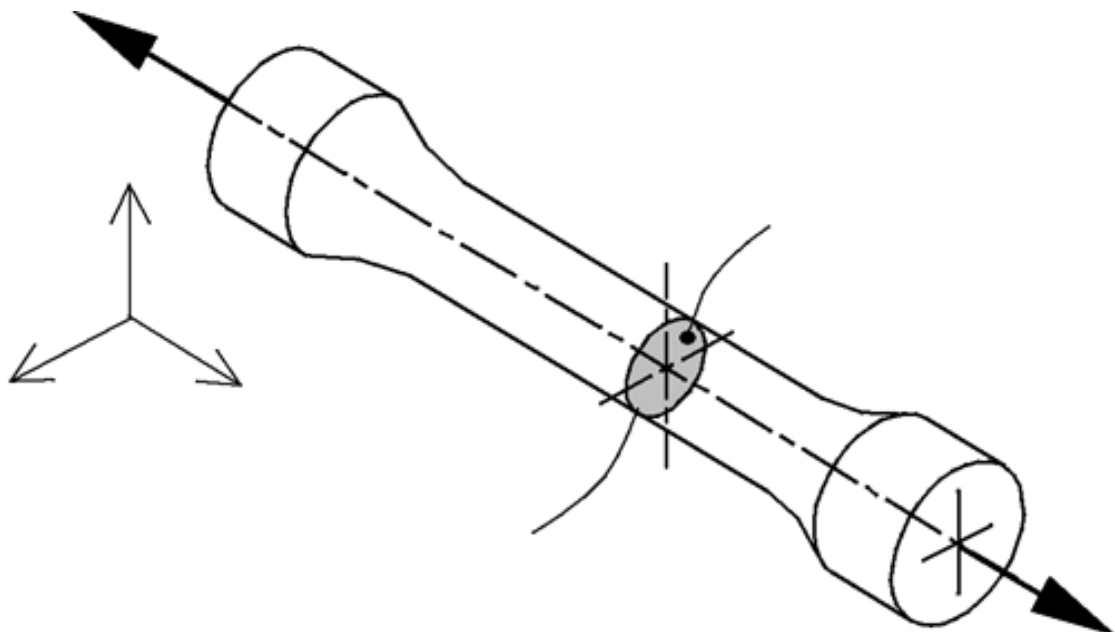


Diagrama Tensão x Deformação
(Materiais Dúcteis)

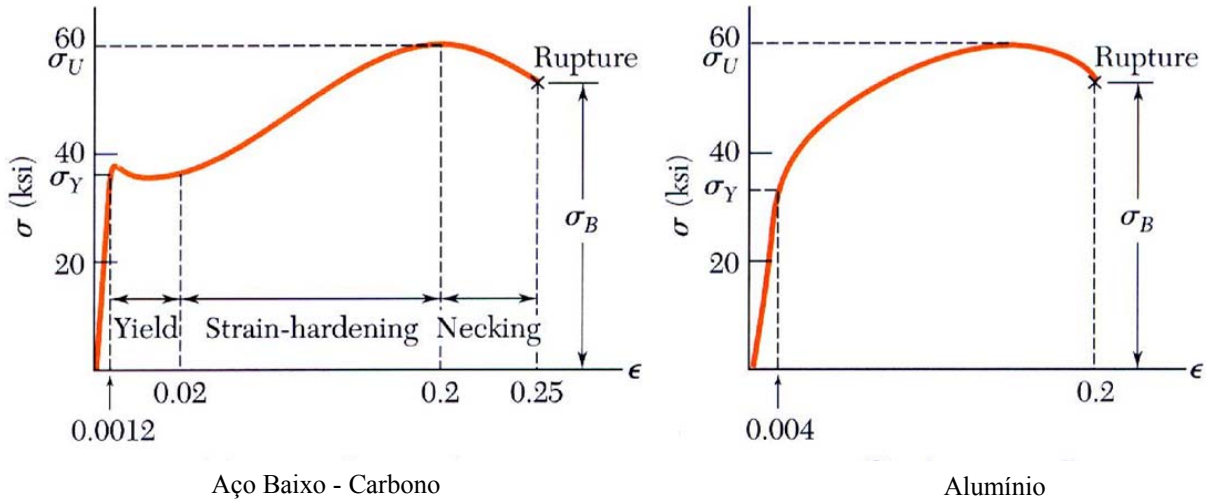
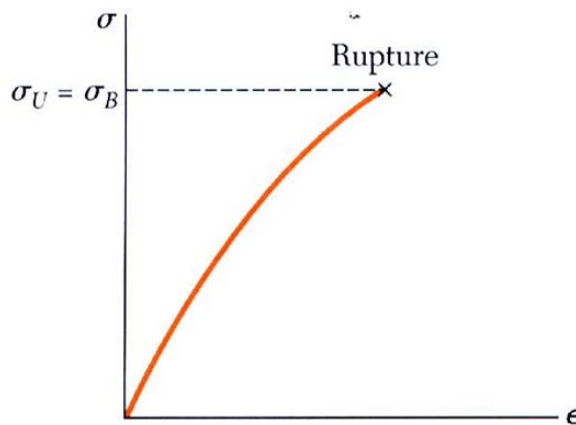


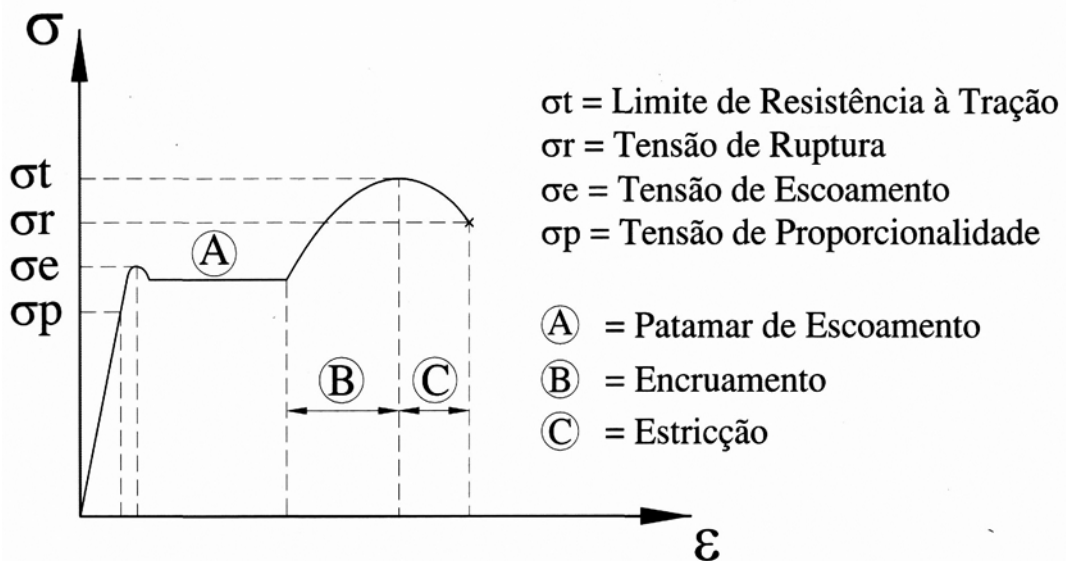
Diagrama Tensão x Deformação
(Materiais Frágeis)



Fratura - Material Dúctil



Fratura - Material Frágil

Gráfico Tensão x Deformação ($\sigma \times \epsilon$)

Análise do Gráfico

Abaixo da tensão de escoamento (σ_e) está definido um triângulo que representa o regime elástico que está dividido em duas partes:

Parte Linear – Definido até σ_p respeitando a lei de Hooke $\sigma = E \times \epsilon$, onde E = módulo de elasticidade ou módulo de Young. O módulo de elasticidade E é um parâmetro mecânico que proporciona uma medida da rigidez de um material sólido.

A deformação unitária ϵ é um valor adimensional, ou seja, pode ser representado em qualquer unidade (m/m – cm/cm – mm/mm) e é uma relação definida pela seguinte expressão:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \begin{array}{l} \Delta l - \text{Variação Linear no comprimento} \\ l - \text{Comprimento Inicial} \end{array}$$

Parte não linear : Definido acima de σ_p e abaixo de σ_e , e é enfatizado que ainda se está no regime elástico, ou seja, cessado o esforço o material retorna à posição inicial.

Encruamento : Pode ser entendido como deformação à frio que ocasiona o endurecimento do material.

Exemplo: Dobramento de um clips repetidas vezes até o seu rompimento.

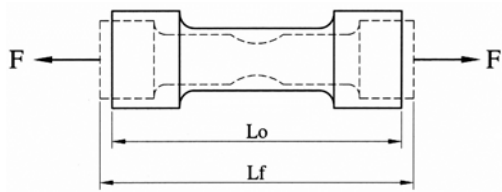
Estricção : Após atingir – se o limite de resistência a área de quebra começa a ficar evidente devido a diminuição da área até o rompimento do material a este fenômeno dá-se o nome de estricção, cujo cálculo obedece a seguinte fórmula:

$$\psi = \frac{S_0 - S_f}{S_0} \times 100 (\%)$$

Onde:

S_0 = Área inicial
 S_f = Área final
 Ψ = Estricção

Alongamento : Mostra a capacidade do material de suportar a deformação plástica até a sua fratura.



Fórmula:

$$A = \frac{L_f - L_0}{L_0} \times 100(\%)$$

Onde:

\$L_0\$ = Comprimento inicial

\$L_f\$ = Comprimento final

\$A\$ = Alongamento

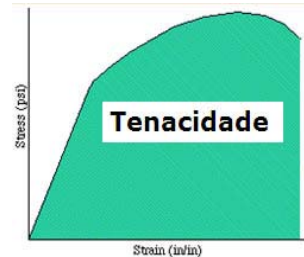
Resiliência:

É a capacidade de um material absorver energia quando deformado elasticamente e liberá-la quando descarregado.



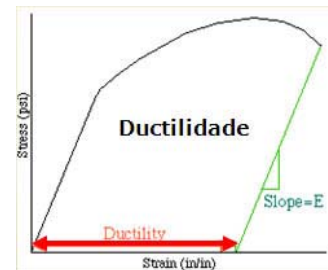
Tenacidade:

Quantidade de energia que um material pode absorver antes de fraturar sendo desejável em peças como engates de vagões de carga, engrenagens, correntes e ganchos de guindastes.

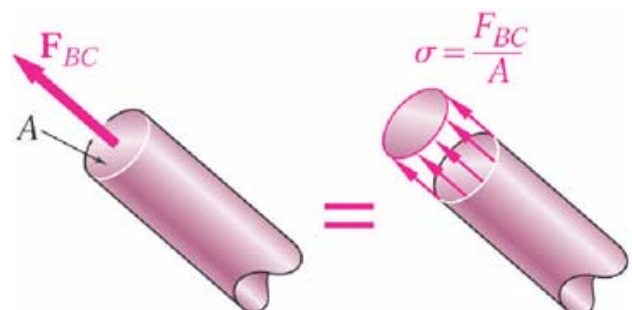
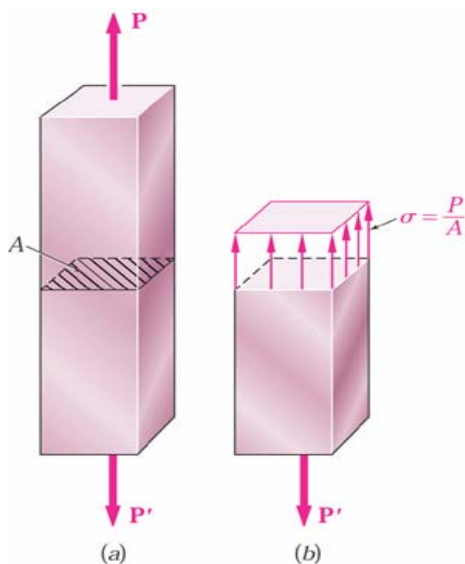


Ductilidade:

A ductilidade consiste na capacidade de um material, especialmente de certos metais como o cobre, de sofrer deformação plástica sem fraturar.



Tensão de Tração



$$\sigma = \frac{F}{A}$$

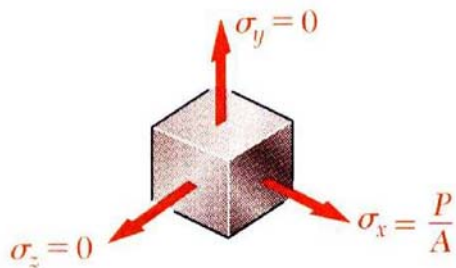
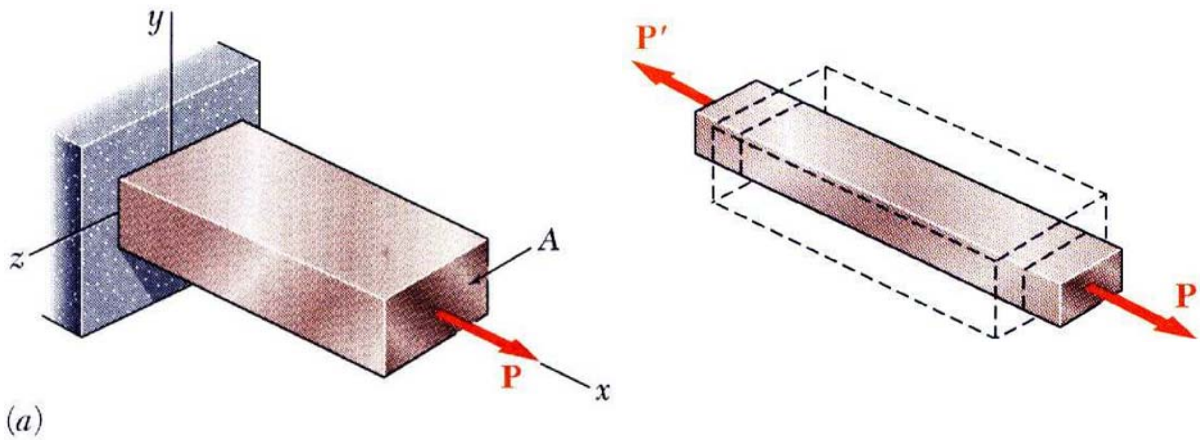
\$\sigma\$ - Tensão Normal (sigma)

\$F, P\$ - Força Axial

\$A\$ - Área da Seção Transversal

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Coefficiente de Poisson



Para uma barra esbelta sujeita a força uniaxial:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad \sigma_y = \sigma_z = 0$$

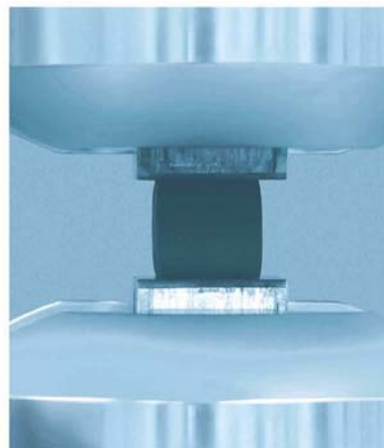
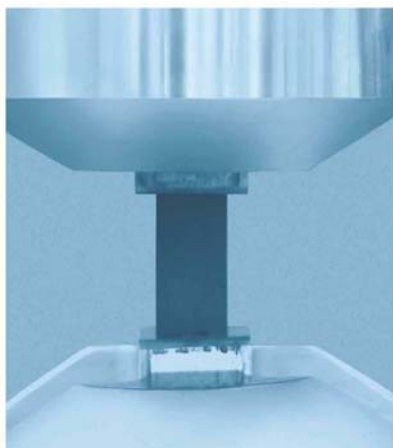
O alongamento na direção x é acompanhado de uma contração nas outras direções.

Assumindo que o material é isotrópico. $\epsilon_y = \epsilon_z \neq 0$

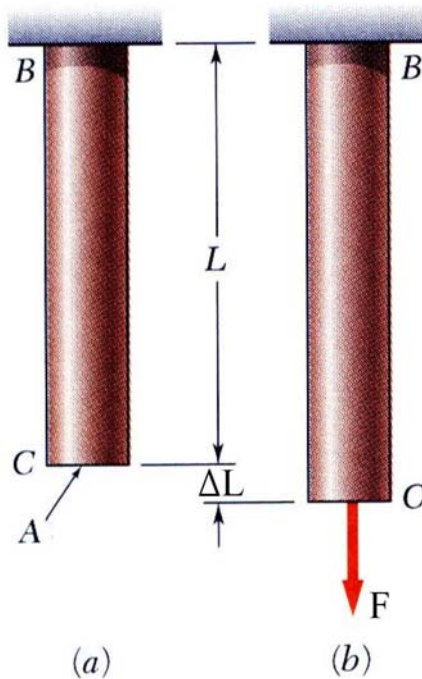
O coeficiente de Poisson é definido como

$$\nu = \left| \frac{\text{Deformação Lateral}}{\text{Deformação Axial}} \right| = - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = - \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

Compressão



Tensão de Tração (σ) e Deformação (ε)



$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \text{Tensão Normal.}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Lei de Hooke.}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{Deformação Unitária.}$$

Igualando-se as expressões acima.

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma = \frac{F}{A} \quad \frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{A \cdot E}$$

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} \quad \Delta L - \text{Variação Linear no comprimento}$$

σ (Letra grega - sigma) ver página 34.

E = Módulo de Elasticidade ou Módulo de Young.

F = Força Normal.

ε (Letra grega - épsilon) ver página 34.

A = Área da seção transversal.

L = Comprimento.

Lembrete:

Cálculo da área em círculos (1), quadrados (2) e retângulos (3).

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad A = L^2 \quad A = b \cdot h$$

(1) (2) (3)

Exemplo:

Supondo que o eixo da figura acima possua um diâmetro de 30 mm e está submetido a uma força de 150.000 N calcule a tensão normal atuante e a variação linear no comprimento (ΔL). Dado: E = 95 GPa L = 25 cm

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 30^2}{4} = 706,5 \text{ mm}^2 \quad \sigma = \frac{F}{A} = \frac{150.000}{706,5} = 212,31 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Pois $F/A = \sigma$

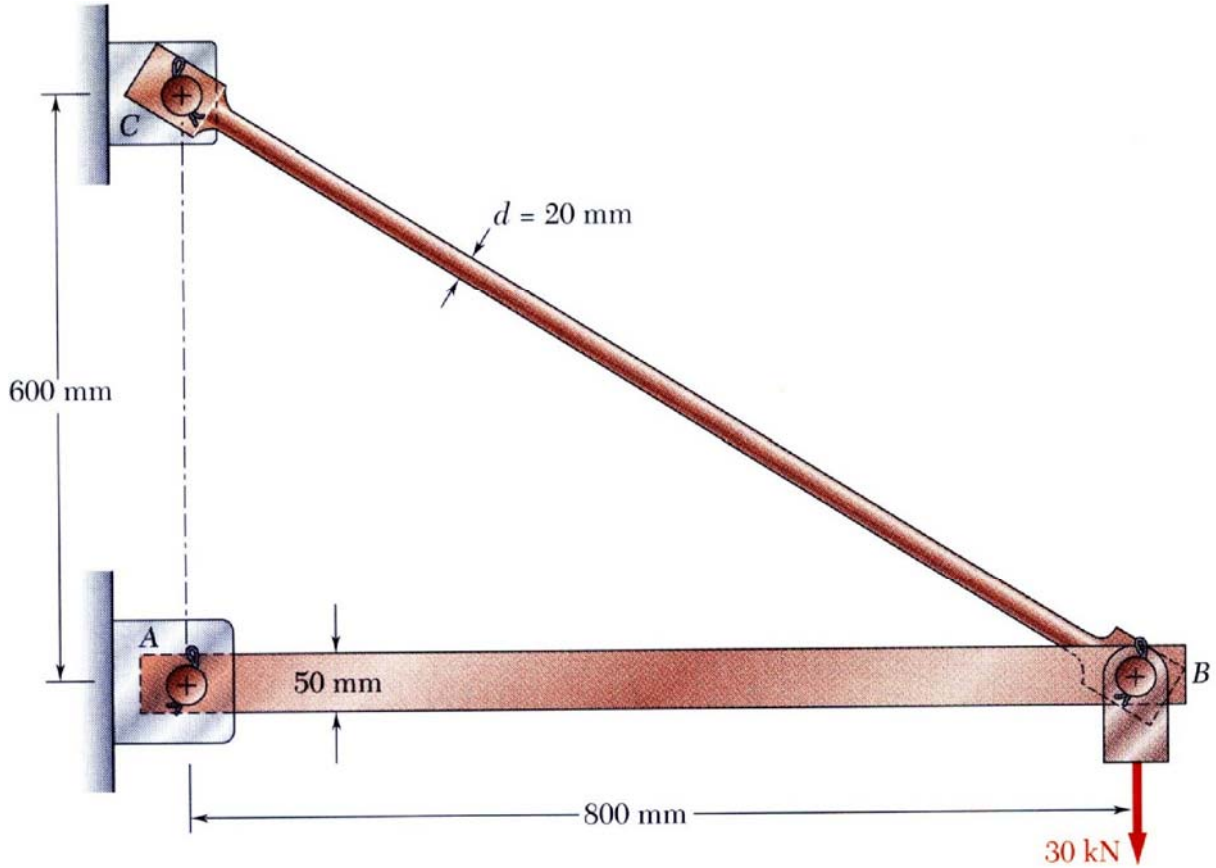
$$\Delta L = \frac{\sigma \cdot L}{E} = \frac{212,31 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 250 \text{ mm}}{95.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 0,56 \text{ mm}$$

$$\Delta L = \frac{\sigma \cdot L}{E}$$

$$E = 95.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Revisão de Estática

A estrutura representada abaixo foi projetada para suportar uma carga de 30 kN. Será que ela suporta?

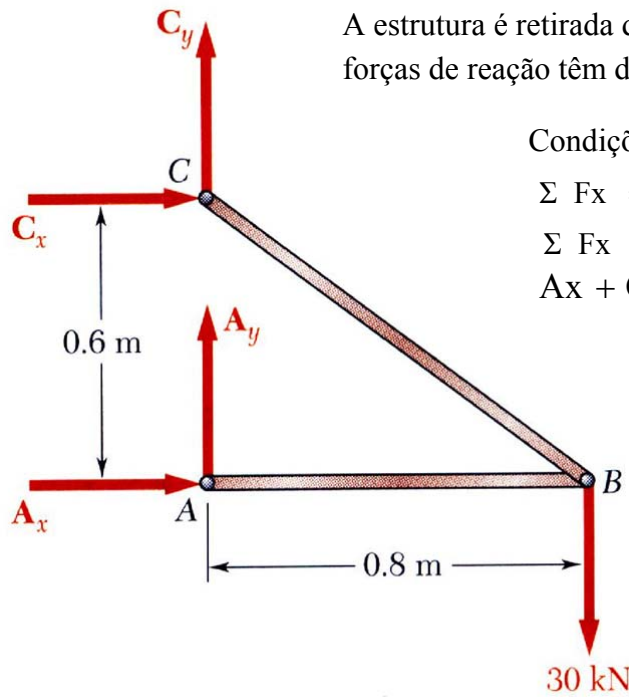


Vamos efetuar uma análise estática para determinar as forças internas em cada um dos elementos estruturais e as forças de reação nos apoios.

Revisão – apoios/ligações e respectivas reações

Type of connection	Reaction	Type of connection	Reaction
<p>Cable</p>	<p>One unknown: F</p>	<p>External pin</p>	<p>Two unknowns: F_x, F_y</p>
<p>Roller</p>	<p>One unknown: F</p>	<p>Internal pin</p>	<p>Two unknowns: F_x, F_y</p>
<p>Smooth support</p>	<p>One unknown: F</p>	<p>Fixed support</p>	<p>Three unknowns: F_x, F_y, M</p>

Diagrama de Corpo Livre da Estrutura



A estrutura é retirada dos seus apoios e as correspondentes forças de reação têm de ser consideradas

Condições para o equilíbrio estático:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_p = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

$$A_x + C_x = 0 \quad A_y + C_y - 30 = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$C_x \cdot 0,6 + 30 \cdot 0,8 = 0$$

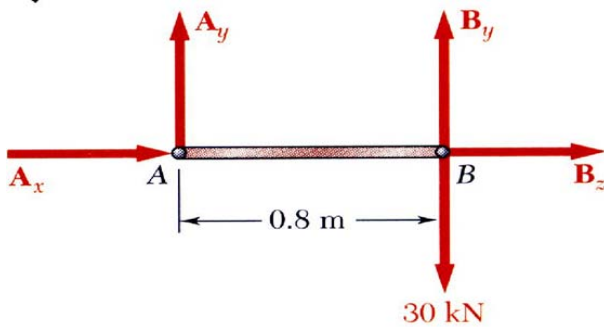
$$C_x = -40 \text{ kN}$$

$$A_x + C_x = 0 \quad A_y + C_y - 30 = 0$$

$$A_x = 40 \text{ kN}$$

A_y e C_y não podem ser determinadas a partir destas equações (estrutura estaticamente indeterminada)

Adicionalmente, cada componente da estrutura deve satisfazer as condições para equilíbrio estático



$$\sum M_B = 0$$

$$A_y \cdot 0,8 = 0$$

$$A_y = 0$$

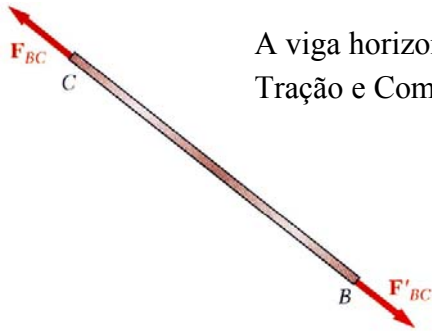
Substituindo na equação de equilíbrio da estrutura, temos:

$$A_y + C_y - 30 = 0$$

$$C_y = 30 \text{ kN}$$

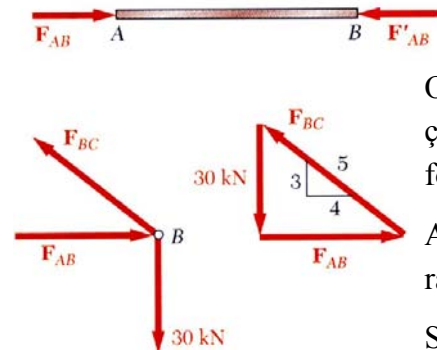
$$A_x = 40 \text{ kN} \rightarrow \quad A_y = 0 \quad C_x = 40 \text{ kN} \leftarrow \quad C_y = 30 \text{ kN} \uparrow$$

Nota: Observe a barra AB, ela está na horizontal, portanto a única reação que poderá existir é A_x , não existe A_y nessa estrutura.



A viga horizontal e o tirante inclinado estão sujeitos a esforços axiais de Tração e Compressão

Para equilíbrio, as forças axiais têm necessariamente de ter a mesma linha de ação, a mesma intensidade e direções opostas.



Os nós, ou pontos de ligação, têm de satisfazer as condições de equilíbrio estático, que podem ser expressos sob a forma de um triângulo de forças:

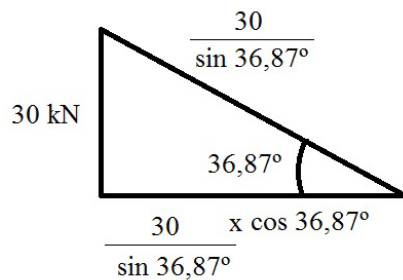
A estrutura possui um comprimento de 800 mm e uma altura de 600 mm.

Simplificando-se é obtido os valores equivalentes para cálculo, no caso, 3/4 (600/800).

Assim o ângulo é rapidamente calculado, $3/4 = 0,75$.

Função tangente (analise o triângulo acima).

O ângulo entre F_{ab} e F_{bc} é de $36,87^\circ$.



Analisando o triângulo ao lado e comparando com o triângulo acima:

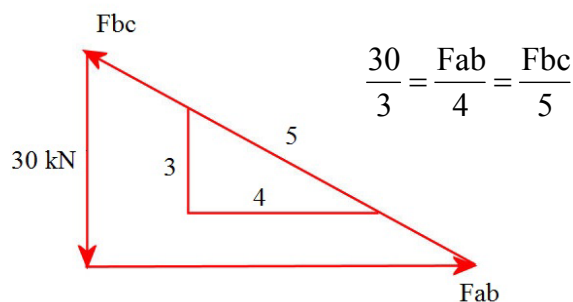
$F_{ab} = 40 \text{ kN}$ (Compressão)

$F_{bc} = 50 \text{ kN}$ (Tração)

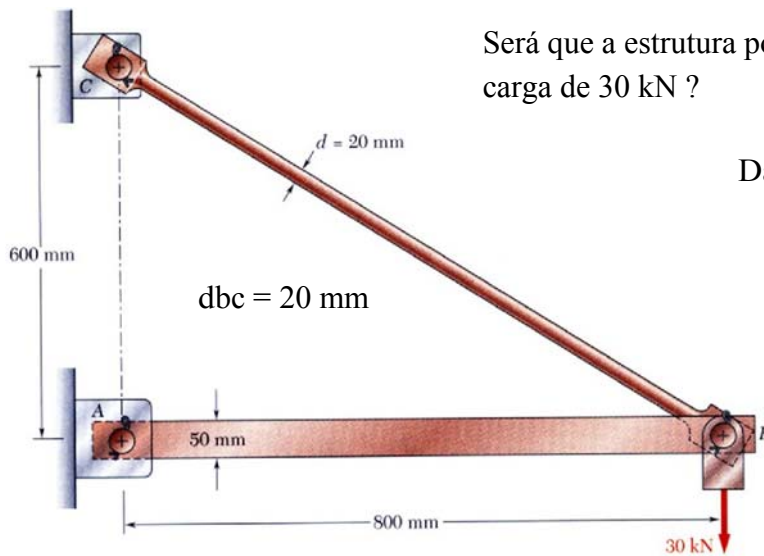
Resolução Alternativa - Por semelhança de Triângulos

$F_{ab} = 40 \text{ kN}$ (Compressão)

$F_{bc} = 50 \text{ kN}$ (Tração)



Análise de Tensões



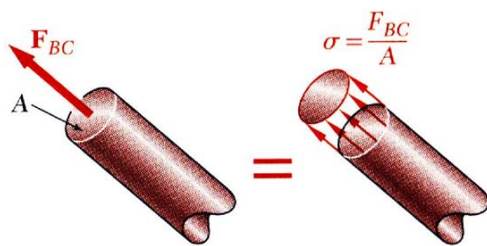
Será que a estrutura pode suportar com segurança a carga de 30 kN ?

Da análise estática temos:

$F_{AB} = 40 \text{ kN}$ (Compressão)

$F_{BC} = 50 \text{ kN}$ (Tração)

Em qualquer seção da barra BC, a força interna é de 50 kN e tem-se uma **tensão normal média**:



$$\sigma = \frac{F_{bc}}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \times 50.000}{\pi \cdot 20^2} = \frac{200.000}{1256,64} = 159 \text{ MPa}$$

A construção da barra BC deve ser feita com um material com tensão admissível (σ_{adm}) igual ou superior a 159 MPa.

O projeto de novas estruturas requer a seleção dos materiais apropriados e o cálculo das dimensões adequadas para os componentes

Supondo que por compromisso entre preço, peso, disponibilidade de materiais, etc. decide - se construir a estrutura numa liga de alumínio para a qual a tensão admissível (σ_{adm}) é de 100 MPa. Qual será o diâmetro adequado da barra?

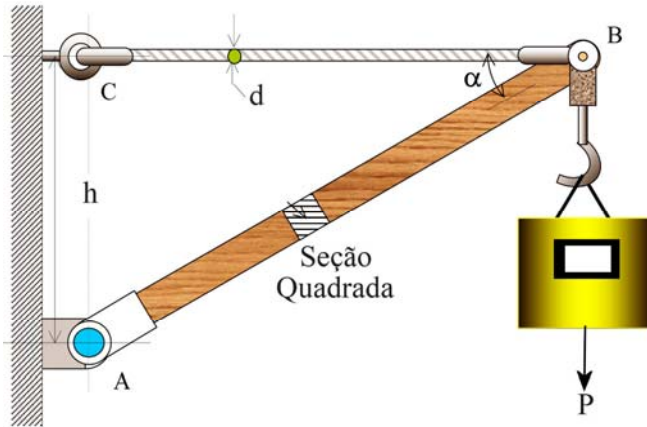
$$\sigma = \frac{F_{bc}}{A} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} \quad 100 = \frac{4 \times 50.000}{\pi \cdot d^2} \quad d = \sqrt{\frac{4 \times 50.000}{100 \times \pi}} = \sqrt{\frac{200.000}{100 \times \pi}}$$

$$d = 25,23 \text{ mm}$$

Neste caso, um diâmetro de 26 mm seria adequado.

Exercícios de Fixação.

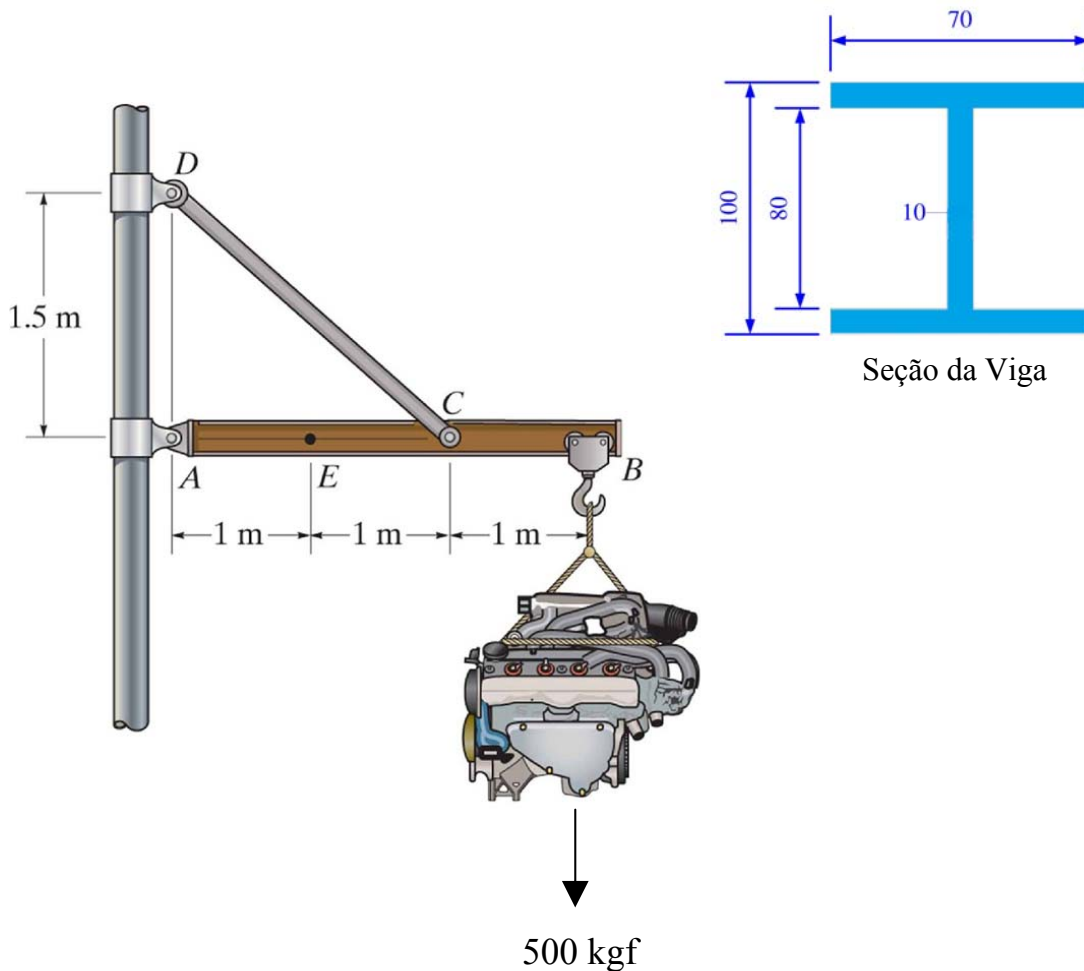
- 1) Calcule a tensão no cabo e a tensão na barra para uma carga P de 35 kN.



Dados

- Diâmetro do Cabo: 20 mm.
- Medida h : 400 mm.
- Comprimento do Cabo: 600 mm.
- Barra Quadrada: 16 x 16 mm.

- 2) O motor sustentado abaixo pesa 500 kgf e é sustentado pela estrutura abaixo. O tirante CD possui um diâmetro de 15 mm e a barra AB está mostrada ao lado. Calcule a tensão normal no tirante e na barra.



Exercícios

- 1) Uma barra cilíndrica sofre um esforço de tração e alonga-se para um comprimento de 65 mm. Sabendo-se que o comprimento inicial era de 57 mm. Calcule o alongamento sofrido em porcentagem.
- 2) Um cilindro é submetido a um ensaio de tração sofrendo um alongamento de 23%. O comprimento final é de 80 mm. Calcule o comprimento inicial.
- 3) Um cilindro é submetido a um ensaio de tração sofrendo um alongamento de 36%. O comprimento inicial é de 70 mm. Calcule o comprimento final.
- 4) Uma barra cilíndrica é tracionada e sofre o fenômeno de estricção. Sabendo-se que o diâmetro inicial era de 35 mm e o final de 30 mm. Calcule o valor da estricção em porcentagem.
- 5) Uma barra cilíndrica é tracionada tendo seu diâmetro mudado de 45mm para um valor final x . O valor da estricção atingida foi de 28%. Calcule o diâmetro final x .
- 6) Um cilindro é submetido a um ensaio de tração sofrendo uma estricção de 26%. O diâmetro final é de 76 mm. Calcule o diâmetro inicial.
- 7) Um cilindro com área inicial de 700 mm^2 é submetido à tração. Sabendo-se que a área final atingida após a estricção é de 600 mm^2 . Calcule a estricção em porcentagem.
- 8) Um cilindro quando submetido a tração tem o seu diâmetro mudado de 54mm para 42mm. Calcule a estricção atingida.
- 9) Um material cilíndrico submetido à tração com uma força longitudinal de 100kN possui um diâmetro de 18mm. Calcule a tensão atuante.
- 10) Uma barra cilíndrica submetida à tração apresentou uma tensão de 120 MPa quando uma força de 70kN foi utilizada. Calcule o diâmetro da barra.
- 11) (Petrobras) Uma barra quadrada com $l = 20\text{mm}$ é submetida a uma força de compressão de 30.000N. Determine a tensão normal máxima, em MPa.

Exercícios sobre Tração

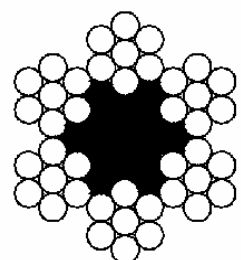
Tabela com Valores Aproximados

UNIDADE	IGUAL A	IGUAL A	IGUAL A
1 N	0,10kgf		
1 kgf	0,45 lb	10 N	
1 MPa	1N/mm ²	0,10 kgf/mm ²	
1 kgf/mm ²	1422 psi	10 MPa	10 N/mm ²

PSI – Pound Square Inch – Libras por polegada ao quadrado.

MPa – Mega Pascal.

- 1) Qual o alongamento sofrido por um corpo de 12mm que, submetido a uma força axial de tração, ficou com 13,2mm de comprimento. Expressar em percentagem.
- 2) Construa o gráfico tensão x deformação mostrando os seguintes pontos e regiões: Tensão de proporcionalidade, Tensão de escoamento, Patamar de escoamento, encruamento, Limite de resistência e limite de ruptura
- 3) Calcule a deformação sofrida por um corpo de 15cm, que após um ensaio de tração passou a apresentar 16cm de comprimento. Expresse a resposta em forma percentual
- 4) Sabendo que a tensão sofrida por um corpo é de 20 N/mm² demonstre que este valor é o mesmo em MPa.
- 5) Qual a tensão, em MPa, sofrida por um corpo com 35mm² que está sob efeito de uma força de 200 kgf?
- 6) A tensão de um corpo é igual a 12 N/mm², a quanto corresponde essa tensão em kgf/mm²?
- 7) A tensão de um corpo é de 15 MPa determine esta tensão em Psi.
- 8) Um cabo metálico para elevação de pesos, cuja área da seção é de 132,73mm², é composto por 42 espiras de 1,2mm². Determinar a tensão sofrida por este cabo sabendo-se que ele sustentará uma carga de 1 Tf (Tonelada Força).



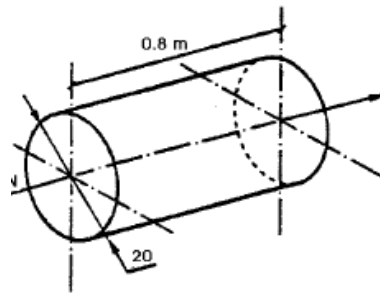
9) Um corpo de prova de aço com diâmetro $d = 20\text{mm}$ e comprimento $L = 60\text{mm}$ será submetido a um ensaio de Tração. Se for aplicada uma força F de 100.000 N , qual a tensão absorvida pelo corpo de prova, a deformação longitudinal e transversal e o alongamento? O módulo de elasticidade do aço (E) é igual a 210.000 MPa .

10) Qual o limite de resistência à tração de um material que tem 400mm^2 de área da seção transversal e que atingiu uma carga máxima de 760 kN ? Desenhar o diagrama Tensão x Deformação e indicar o respectivo ponto.

11) A barra circular de aço, representada na figura, possui $d = 20\text{ mm}$ e comprimento igual a $0,8\text{ m}$ encontra-se submetida à ação de uma carga axial de 10 kN .

Pede-se para a barra:

- Tensão normal atuante
- O alongamento (Δl)
- A deformação longitudinal (ϵ)
- A deformação transversal (ϵ_t)



Dado:

$E_{\text{aço}} = 210\text{ GPa}$ (módulo de elasticidade do aço)

$\nu_{\text{aço}} = 0,3$ (coeficiente de Poisson)

Cisalhamento Puro

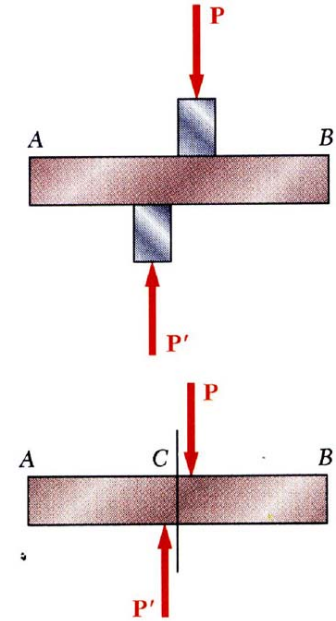
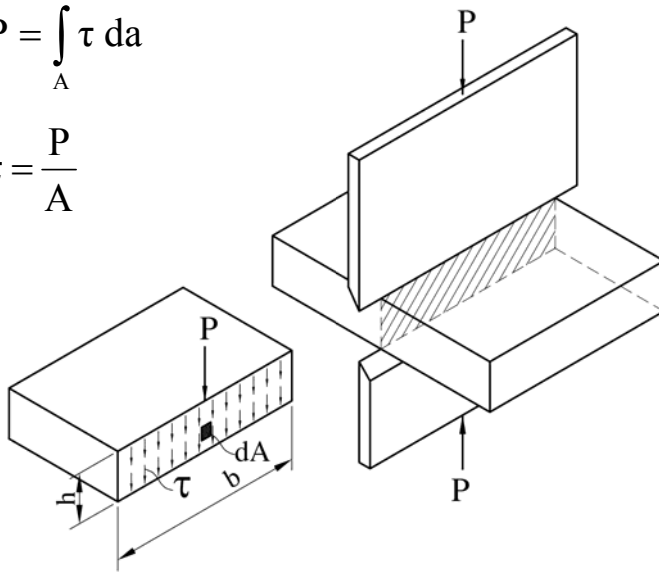
Tensão de Cisalhamento ou Tensão de Corte é um tipo de Tensão gerado por forças aplicadas na mesma direção, porém em sentidos opostos. Guilhotinas, tesouras e estampos são exemplos de corte por cisalhamento.

Se o único esforço solicitante que atua na secção transversal de uma barra é a força cortante, admite-se que as tensões de cisalhamento que aparecem nessa secção se distribuem uniformemente.

Um exemplo onde atua o cisalhamento puro é em barras sujeitas a corte por guilhotina.

$$P = \int_A \tau \, da$$

$$\tau = \frac{P}{A}$$



Exercícios

- 1) A tensão de ruptura de uma placa de aço é de $\tau = 330 \text{ MPa}$.
Determinar:
 - a) A força P necessária para perfurar uma placa de 1 cm de espessura com um punção de 3 cm de espessura.
 - b) A tensão normal no pino.
- 2) Deve-se fazer um furo em uma chapa com um punção de 30mm sabendo-se que a tensão admissível do material do punção é de $\sigma = 6000 \text{ kgf/cm}^2$ e a tensão de ruptura ao cisalhamento do material da chapa é de $\tau_r = 2800 \text{ kgf/cm}^2$.

Determinar:

- a) A máxima força que pode ser aplicado pelo punção.
- b) A máxima espessura de chapa que pode ser cortada.

3) Um punção é utilizado para fazer furos em placas de aço. Assuma que o punção tenha o diâmetro de 25 mm e a placa 6mm de espessura. Se uma força de 13000kgf é necessária para criar o furo, qual a tensão de cisalhamento na placa e a tensão de compressão no punção?

4) Um punção fará um furo numa chapa com espessura desconhecida, no entanto, utilizaremos a força máxima que esse punção resiste.

Calcular a espessura da chapa.

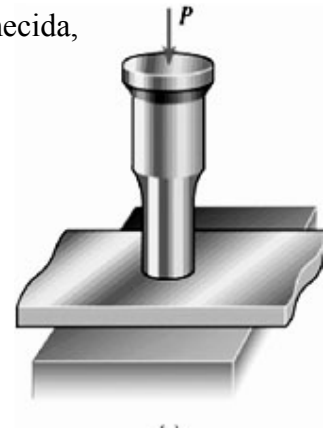
Dados:

Punção:

$$\sigma = 3500 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Chapa:

$$\tau = 1800 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

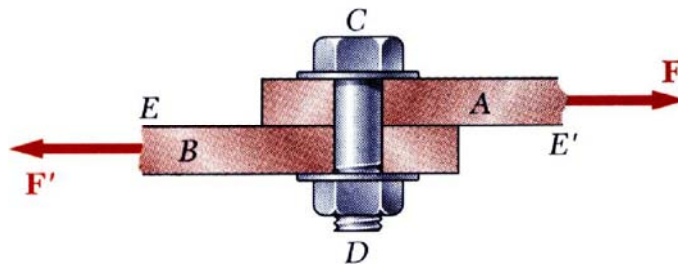


5) Em um ensaio de compressão verificou-se o rompimento de um punção com uma força de 16000 kgf. Calcular o diâmetro máximo do punção sabendo-se que a chapa tem 20 mm de espessura.

Dado da chapa:

$$\tau = 1500 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

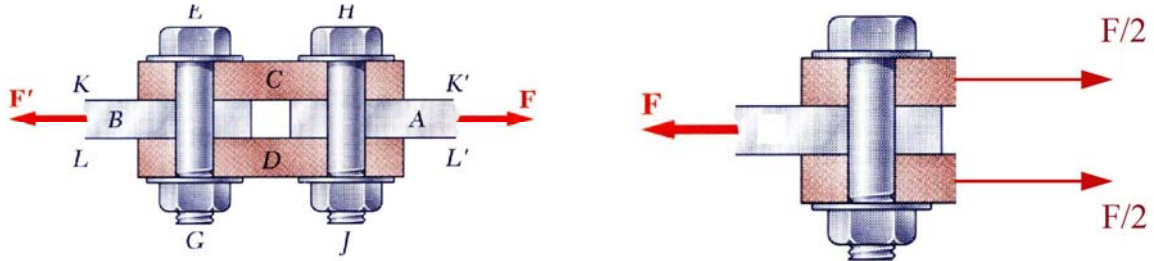
6) A junta abaixo possui um parafuso com diâmetro de 16 mm quando solicitada com uma força de 45 kN. Calcule a tensão de cisalhamento atuante no parafuso.



7) A junta acima possui um parafuso com diâmetro a ser dimensionado. Sabe-se que está sendo solicitada com uma força F de 30 kN. Calcule o diâmetro do corpo do parafuso.

Dado do Parafuso: $\tau = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

- 7) A junta abaixo está sendo solicitada com uma força F de 70 kN com parafusos de 14 mm de diâmetro. Calcule a tensão que esses parafusos estão sendo submetidos.



- 8) A junta acima deve ter dois parafusos de mesmo diâmetro. Sabendo-se que a força solicitante F na junta é de 90 kN. Calcule o diâmetro do corpo dos parafusos pelo critério de cisalhamento.

$$\tau = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

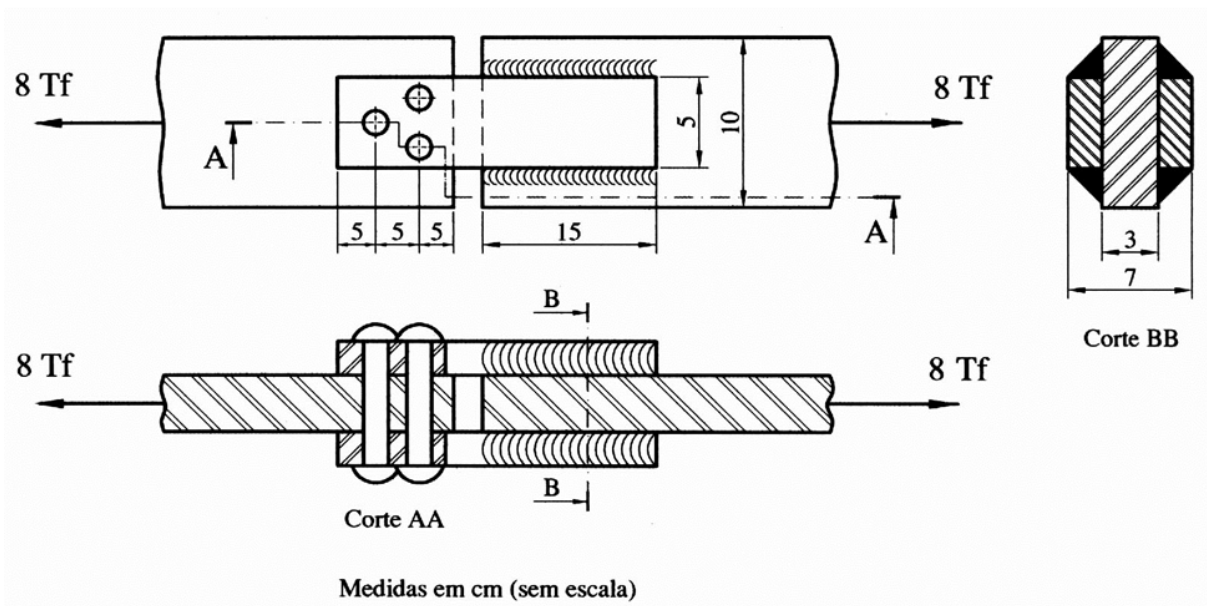
Exercício Extra

Para a junta da figura, calcular as tensões de:

- Cisalhamento dos rebites
- Tração nas Chapas
- Esmagamento (compressão) das chapas
- Cisalhamento das chapas
- Cisalhamento da solda

Dado:

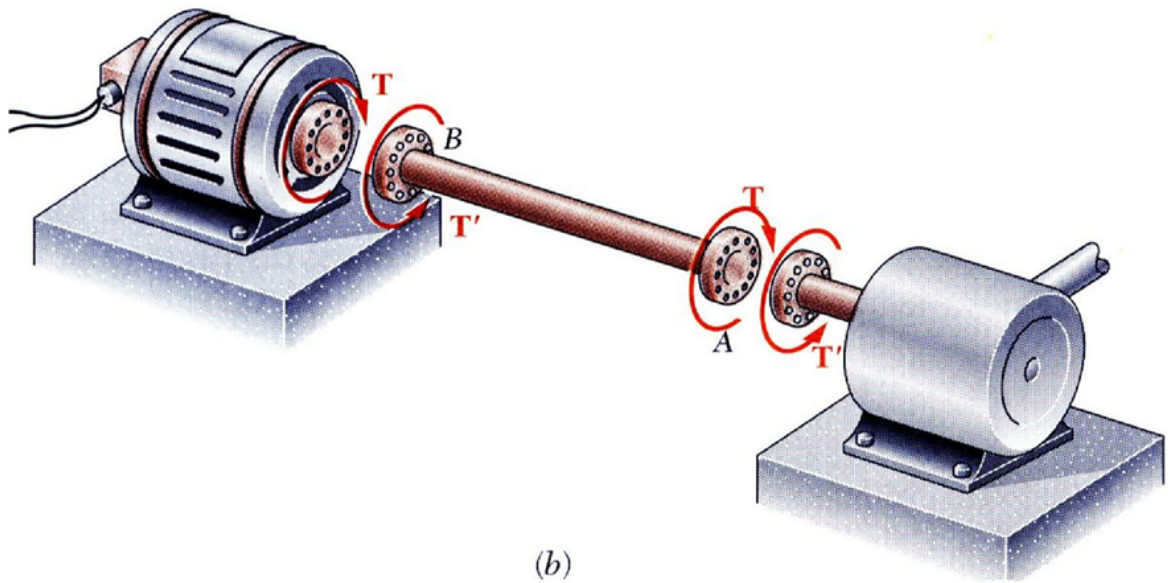
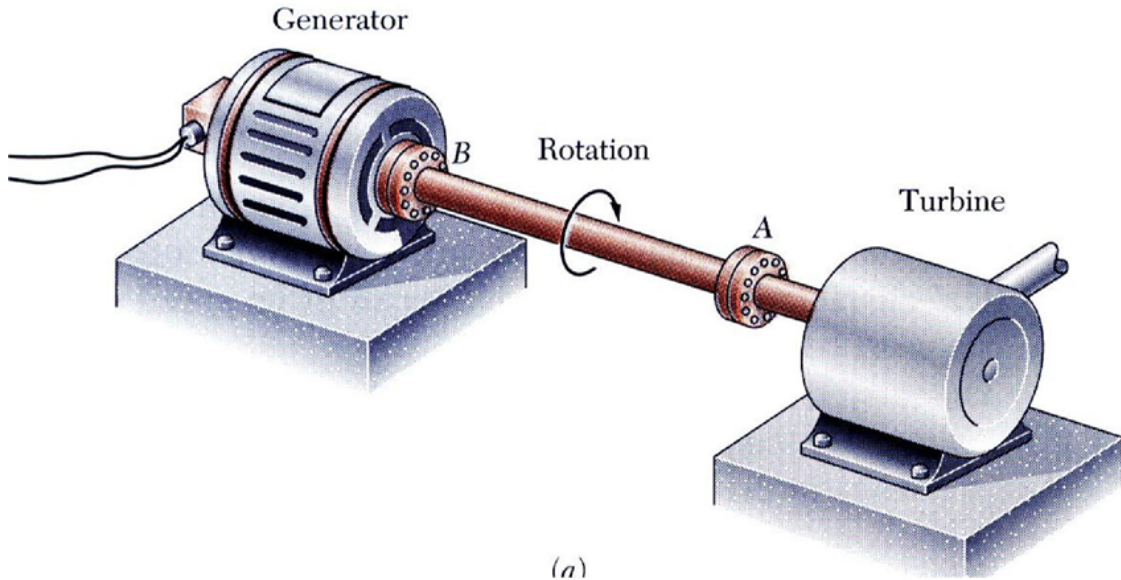
Diâmetro do Rebite = $d = 1$ cm.



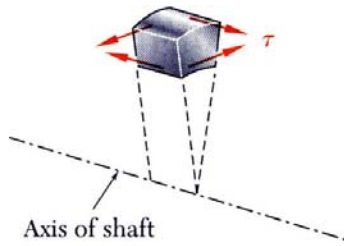
Respostas:

- $a) \tau = 1698,5 \frac{kgf}{cm^2}$
 $b) \sigma = 667 \frac{kgf}{cm^2}$
 $c) \sigma = 667 \frac{kgf}{cm^2}$
 $d) \tau = 66,7 \frac{kgf}{cm^2}$
 $e) \tau = 94,3 \frac{kgf}{cm^2}$

Torção

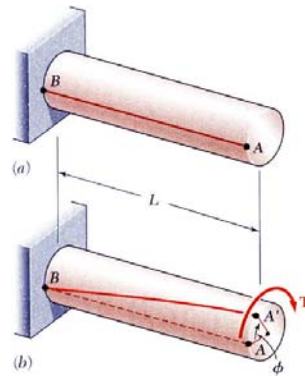
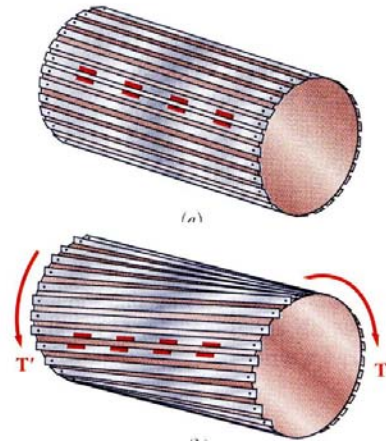


Tensões de Corte

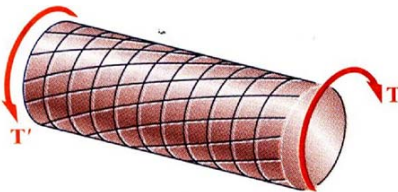


Um momento torçor aplicado ao corpo origina tensões de corte nas faces perpendiculares ao eixo axial.

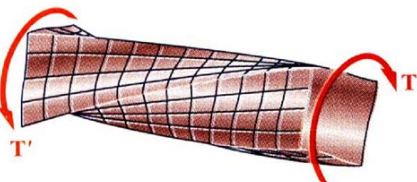
As condições de equilíbrio requerem a existência de tensões iguais nas faces dos dois planos que contêm o eixo do corpo.



O ângulo de torção é proporcional ao momento torçor aplicado M_t e ao comprimento L .

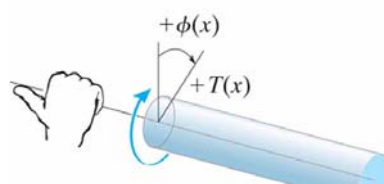
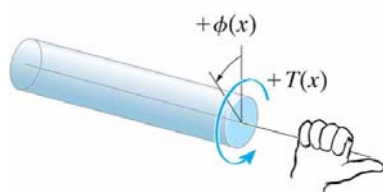


Em um corpo circular sujeito a torção, as seções transversais mantêm-se planas e circulares, porque o veio circular é axissimétrico (Eixo de Revolução).

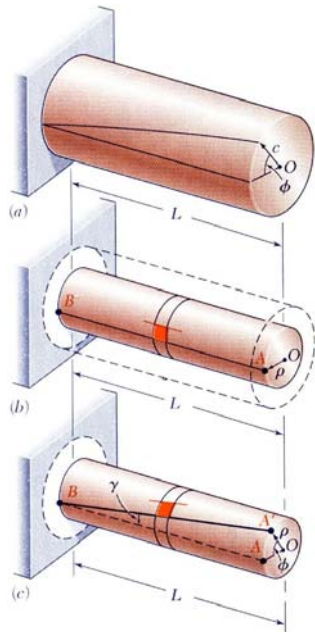


As seções transversais de corpos não-circulares (não axissimétricos) sofrem distorção quando sujeitos a torção.

Convenção de Sinais



Momento Torçor M_t e ângulo Φ positivos.



Considere-se o elemento representado corpo de seção circular. Quando um momento torçor é aplicado, o elemento considerado sofre uma deformação como se representa na figura.

Dado que as extremidades do elemento se mantêm planas, a deformação de corte γ é igual a deformação de torção Φ :

$$L \cdot \gamma = \theta \cdot \rho$$

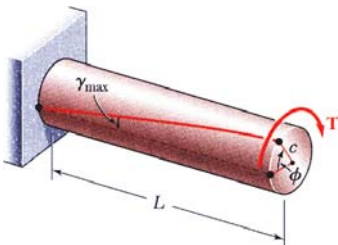
Os materiais dúcteis normalmente sofrem falha por tensões de corte. Os materiais frágeis são menos resistentes em tração que em corte.



Quando sujeito a torção, um corpo de prova de um material dúctil, rompe ao longo de um plano de tensões de corte máximas, ou seja, em um plano perpendicular ao eixo do corpo.



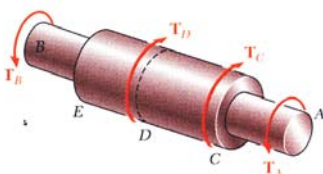
Quando sujeito a torção, um corpo de prova de um material frágil, rompe ao longo de planos perpendiculares à direção na qual a tensão normal de tração é máxima, ou seja, ao longo das superfícies que fazem 45° com o eixo longitudinal do corpo.



Relação entre o ângulo de torção e a distorção de corte máxima.

$$L \cdot \gamma_{\text{máx}} = \theta \cdot \rho$$

No domínio elástico, a deformação de corte e a tensão de corte são relacionadas pela Lei de Hooke:



$$\tau_{\text{máx}} = G \cdot \gamma_{\text{máx}} \quad \rho = R \text{ (raio)} \quad L \cdot \frac{Mt \cdot R}{J_p} = \theta \cdot R$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Mt \cdot R}{J_p} \quad L \cdot \frac{\tau_{\text{máx}}}{G} = \theta \cdot \rho \quad \frac{Mt \cdot L}{G \cdot J_p} = \theta$$

Diagrama de Momentos

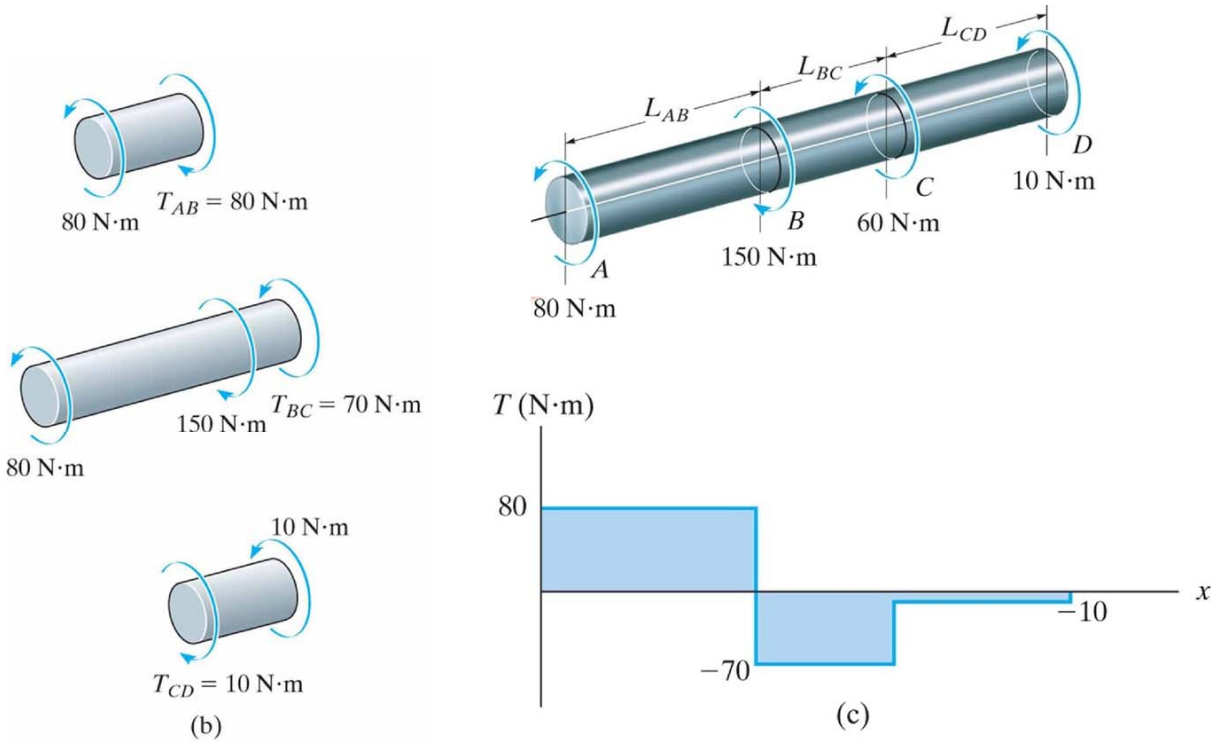


Figure: 05-18-B

Figure: 05-18-C

Copyright ©2011 Pearson Education, publishing as Prentice Hall

Copyright ©2011 Pearson Education, publishing as Prentice Hall

Exemplo

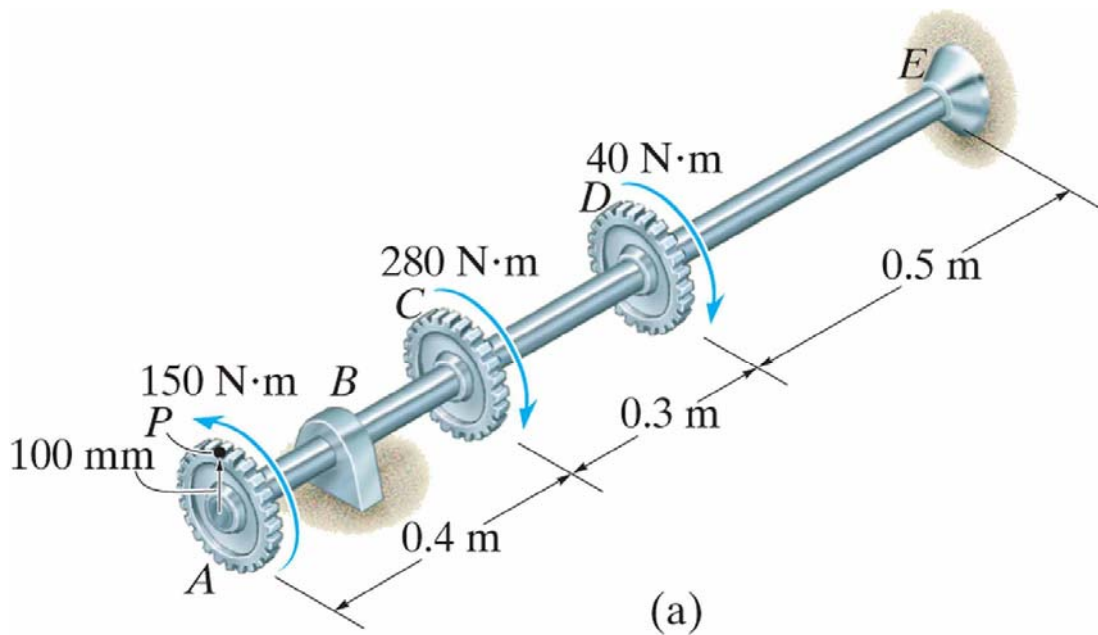
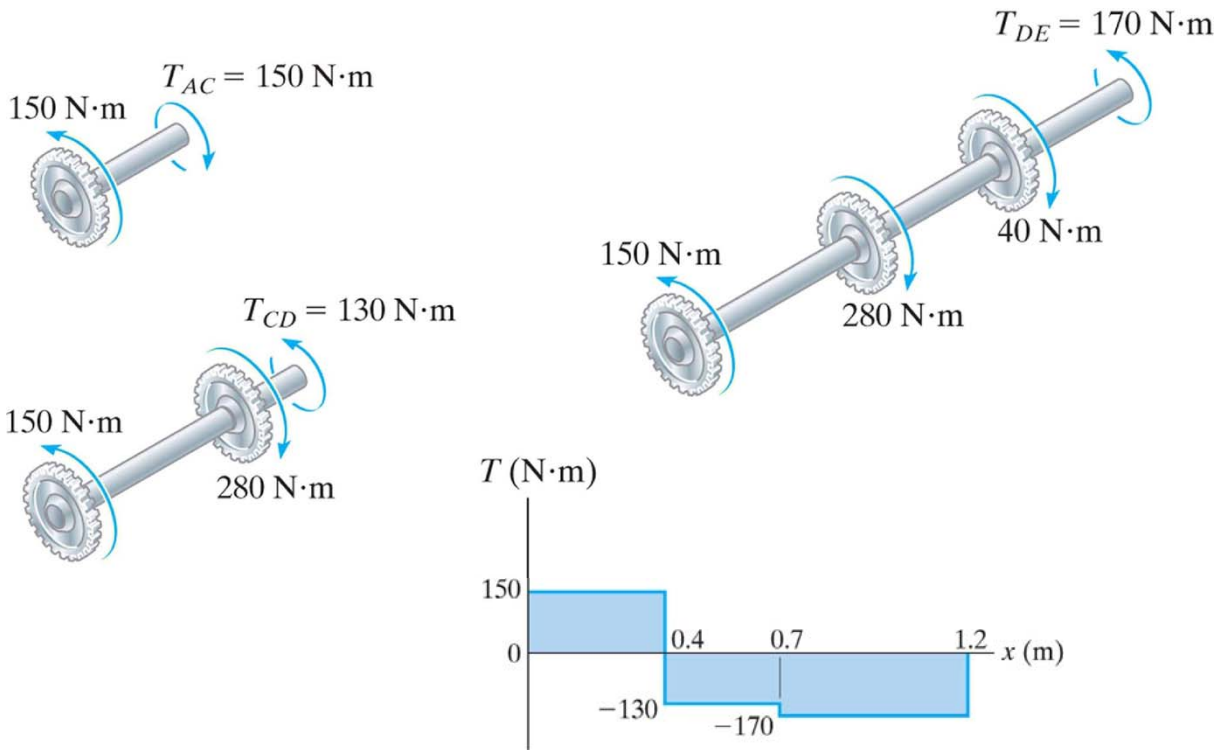


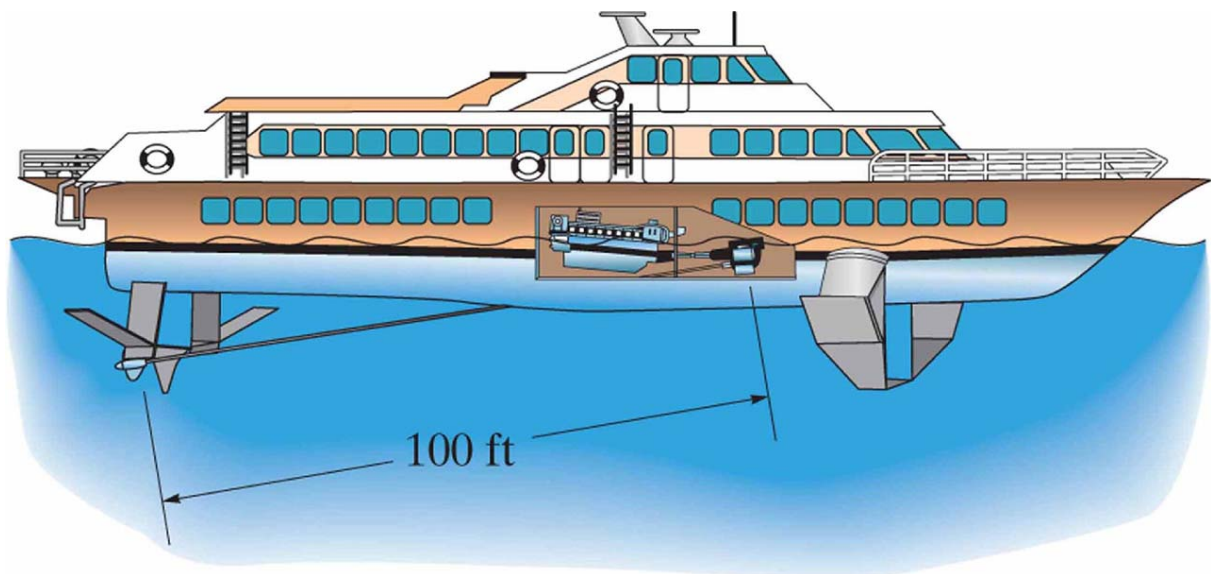
Figure: 05-19-A-EX05

Copyright ©2011 Pearson Education, publishing as Prentice Hall

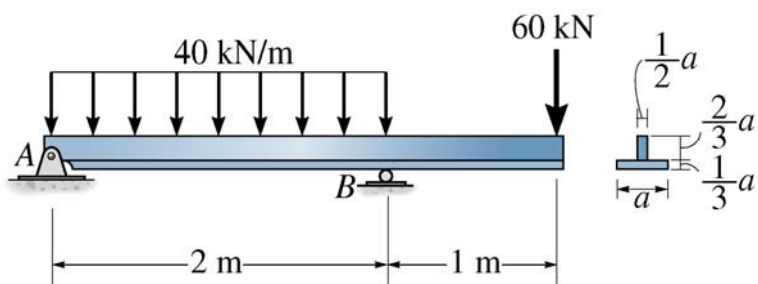
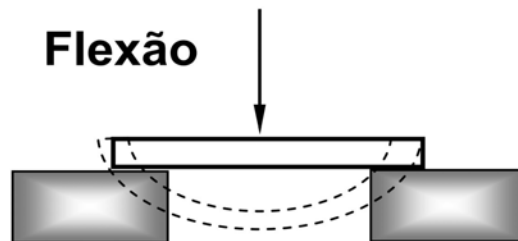


Exercício Extra

O navio representado na figura possui um eixo fabricado em aço, com um comprimento de 100ft. Está ligado a um motor diesel com uma potência máxima de 2500 Hp para uma velocidade de rotação no eixo de 1700 rpm. Sendo o eixo de seção circular ôca com um diâmetro externo de 203 mm e uma espessura de parede de 9.5 mm, determine a tensão de corte máxima no eixo.



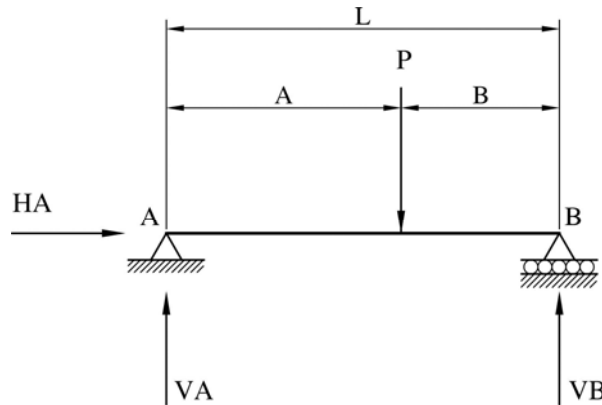
Flexão



Esforços Internos Solicitantes

Diagramas

Viga Isostática Bi-Apoiada (Carga Concentrada)



Resolução:

Para haver equilíbrio estático das forças no plano as seguintes condições devem ser respeitadas:

$$V_A = \frac{P \cdot B}{L} \quad V_B = \frac{P \cdot A}{L}$$

$$\Sigma f_x = 0 \quad \Sigma f_y = 0 \quad \Sigma M_p = 0 \quad (\text{Em relação a um ponto qualquer})$$

Analisando a estrutura pode-se calcular as reações de apoio:

$$\Sigma f_x = 0 \quad H_A = 0 \quad (1) \quad \Sigma f_y = 0 \quad V_A + V_B - P = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M_z = 0 \quad (\text{Ponto A}) \quad V_B \cdot L - P \cdot A = 0 \quad V_B = \frac{P \cdot A}{L} \quad (3)$$

Substituindo a equação (3) em (2)

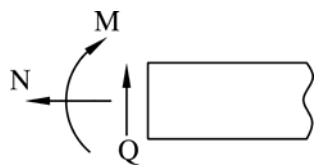
$$\Sigma f_y = 0 \quad V_A + V_B - P = 0 \quad V_A + \frac{P \cdot A}{L} - P = 0 \quad V_A = P - \frac{P \cdot A}{L} \quad V_A = \frac{P \cdot L - P \cdot A}{L}$$

$$V_A = \frac{P \cdot (L - A)}{L} = \frac{P \cdot B}{L} \quad (4)$$

Resumindo – se: $H_a = 0$ $V_A = \frac{P \cdot B}{L}$ $V_B = \frac{P \cdot A}{L}$

Cálculo dos esforços internos solicitantes.

$0 \leq s \leq A$

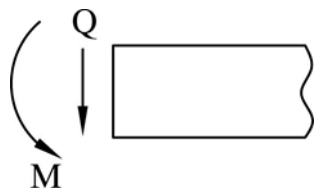


$N = H_a = 0$

$Q = V_A = \frac{P \cdot B}{L}$

$M = V_A \cdot x = \frac{P \cdot B}{L} \cdot x$ para $x = A$ $M = \frac{P \cdot B \cdot A}{L}$ #

$A < s \leq B$



$N = H_a = 0$

$Q = V_s = \frac{P \cdot B}{L} - P = -\frac{P \cdot A}{L}$

$M = \frac{P \cdot B \cdot A}{L} - \frac{P \cdot A}{L} \cdot s$ para $s = B$ $M = 0$

Convenção de sinais:

Normal N \Leftrightarrow Força de Tração \Leftrightarrow Positivo

Normal N \Leftrightarrow Força de Compressão \Leftrightarrow Negativo

Cortante Q \Leftrightarrow “Tende a girar no sentido horário” \Leftrightarrow Positivo

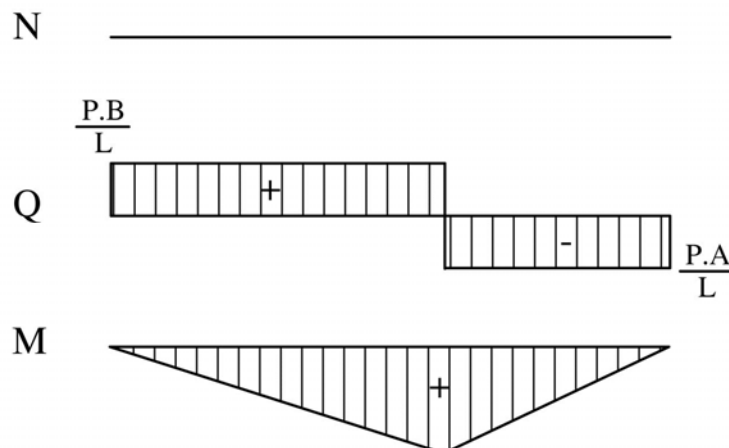
Cortante Q \Leftrightarrow “Tende a girar no sentido anti-horário” \Leftrightarrow Negativo

Momento Fletor M \Leftrightarrow “Lado Tracionado” \Leftrightarrow Positivo

Momento Fletor M \Leftrightarrow “Lado Tracionado” \Leftrightarrow Negativo

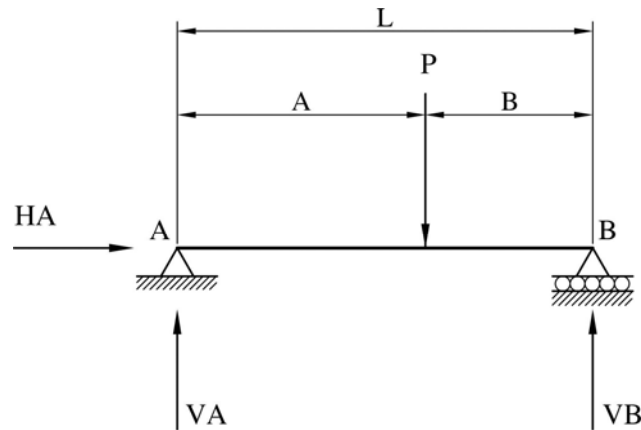
Traçado dos diagramas de força normal N, força cortante Q e momento fletor M.

Diagramas



Exercício Resolvido

Calcular as reações de apoio e traçar o diagrama da força Normal (N), força cortante (Q) e momento fletor (M) para a viga abaixo e com os seguintes dados.



Força $P = 1000 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = 2 m ; Distância $A = 1,5 \text{ m}$

Resolução:

Exercício A:

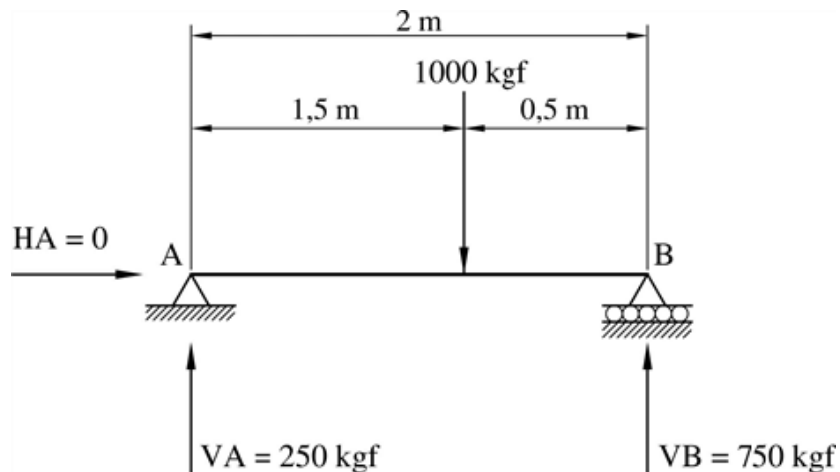
Cálculo das reações de apoio:

$$\Sigma f_x = 0 \quad H_a = 0 \quad (1) \qquad \Sigma f_y = 0 \quad V_A + V_B - P = 0 \quad (2)$$

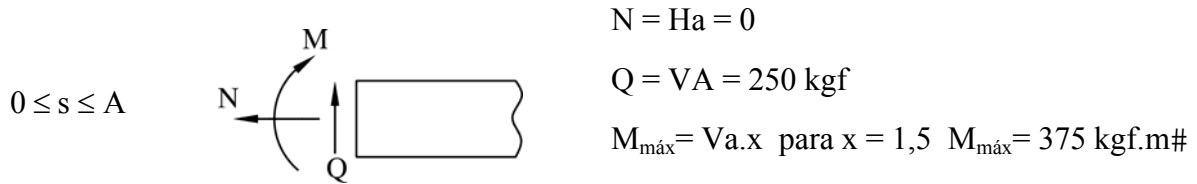
$$\Sigma M_z = 0 \text{ (Ponto A)} \quad V_B \cdot L - P \cdot A = 0 \qquad V_B = \frac{P \cdot A}{L} = \frac{1000 \cdot 1,5}{2} = 750 \text{ kgf} \quad (3)$$

$$V_A + V_B - P = 0 \quad V_A = P - V_B = 1000 - 750 = 250 \text{ kgf}$$

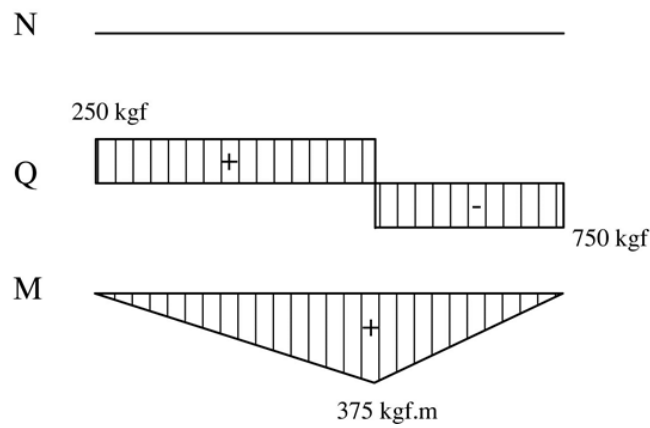
Resumindo: $N_A = 0$ $V_A = 250 \text{ kgf}$ $V_B = 750 \text{ Kgf}$



Cálculo dos esforços internos solicitantes.



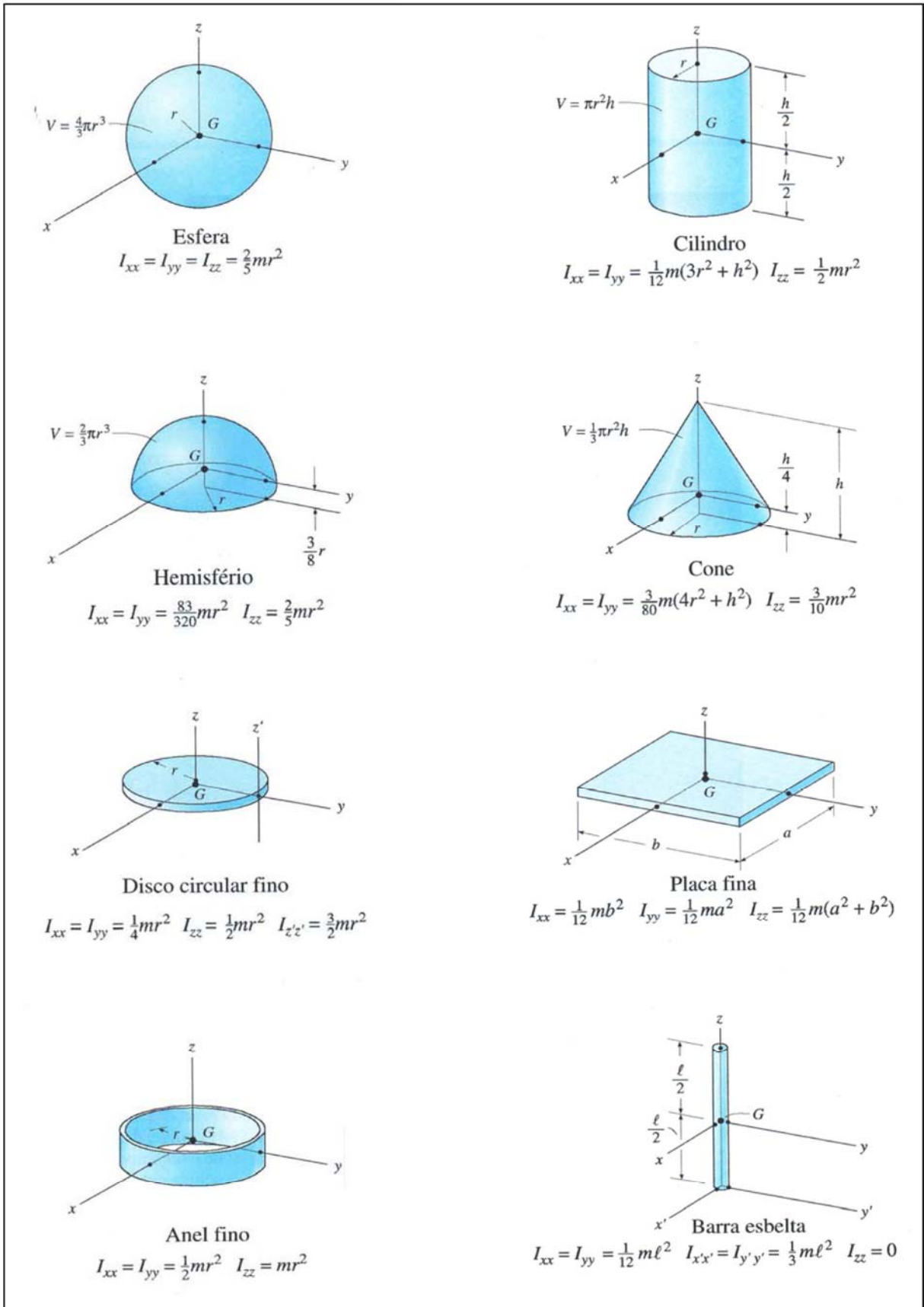
Diagramas



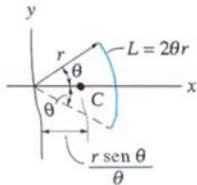
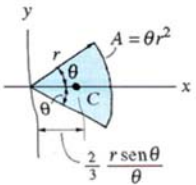
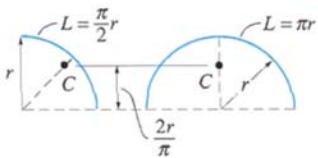
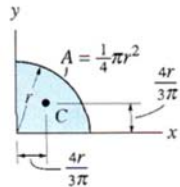
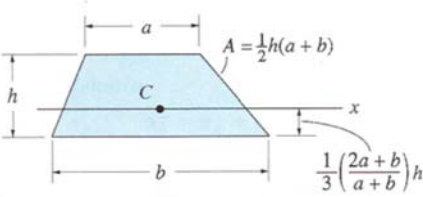
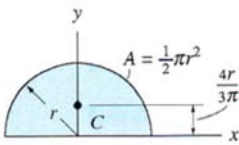
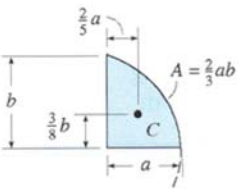
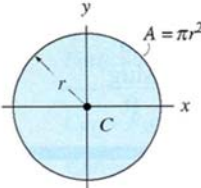
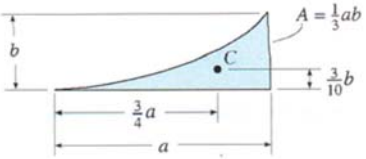
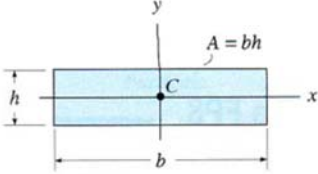
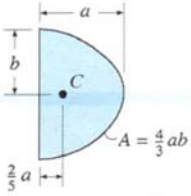
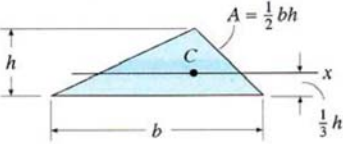
Resolver os seguintes exercícios, de acordo com a figura do exemplo.

- 1) Força $P = 800 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = $1,6 \text{ m}$; Distância $A = 1,0 \text{ m}$
Respostas: $H_a = 0$; $V_A = 300 \text{ kgf}$; $V_B = 500 \text{ kgf}$; $M = 300 \text{ kgf.m}$
- 2) Força $P = 500 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = 1 m ; Distância $A = 0,7 \text{ m}$
Respostas : $H_a = 0$; $V_A = 150 \text{ kgf}$; $V_B = 350 \text{ kgf}$; $M = 105 \text{ kgf.m}$
- 3) Força $P = 1500 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = 2 m ; Distância $A = 1 \text{ m}$
Respostas : $H_a = 0$; $V_A = 750 \text{ kgf}$; $V_B = 750 \text{ kgf}$; $M = 750 \text{ kgf.m}$
- 4) Força $P = 1200 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = 3 m ; Distância $A = 1 \text{ m}$
Respostas : $H_a = 0$; $V_A = 800 \text{ kgf}$; $V_B = 400 \text{ kgf}$; $M = 800 \text{ kgf.m}$
- 5) Força $P = 1400 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = $2,6 \text{ m}$; Distância $A = 1 \text{ m}$
Respostas : $H_a = 0$; $V_A = 861,54 \text{ kgf}$; $V_B = 538,46 \text{ kgf}$; $M = 861,54 \text{ kgf.m}$
- 6) Força $P = 2000 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = 3 m ; Distância $A = 0,5 \text{ m}$
Respostas : $H_a = 0$; $V_A = 1667 \text{ kgf}$; $V_B = 333 \text{ kgf}$; $M = 833,5 \text{ kgf.m}$
- 7) Força $P = 1800 \text{ kgf}$; Comprimento L da Barra = 4 m ; Distância $A = 2,5 \text{ m}$
Respostas : $H_a = 0$; $V_A = 675 \text{ kgf}$; $V_B = 1125 \text{ kgf}$; $M = 1687,5 \text{ kgf.m}$

Momento de Inércia



Momento de Inércia

Localização do Centróide	Localização do Centróide	Momento de Inércia de Area
 <p>Segmento de arco circular</p>	 <p>Área de um setor circular</p>	$I_x = \frac{1}{4} r^4 (\theta - \frac{1}{2} \text{sen } 2\theta)$ $I_y = \frac{1}{4} r^4 (\theta + \frac{1}{2} \text{sen } 2\theta)$
 <p>Arcos semicircular e de um quarto de círculo</p>	 <p>Área de um quarto de círculo</p>	$I_x = \frac{1}{16} \pi r^4$ $I_y = \frac{1}{16} \pi r^4$
 <p>Área trapezoidal</p>	 <p>Área semicircular</p>	$I_x = \frac{1}{8} \pi r^4$ $I_y = \frac{1}{8} \pi r^4$
 <p>Área semiparabólica</p>	 <p>Área circular</p>	$I_x = \frac{1}{4} \pi r^4$ $I_y = \frac{1}{4} \pi r^4$
 <p>Área sob uma parábola</p>	 <p>Área retangular</p>	$I_x = \frac{1}{12} b h^3$ $I_y = \frac{1}{12} h b^3$
 <p>Área parabólica</p>	 <p>Área triangular</p>	$I_x = \frac{1}{36} b h^3$

Alfabeto Grego

	letras (maiúsculas e minúsculas)		nome	transliteração	pronúncia
1	A	α	<i>alfa</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
2	B	β	<i>beta</i>	<i>b</i>	<i>b</i>
3	Γ	γ	<i>gama</i>	<i>g</i>	<i>g</i>
4	Δ	δ	<i>delta</i>	<i>d</i>	<i>d</i>
5	E	ε	<i>épsilon</i>	<i>e</i>	<i>é</i>
6	Z	ζ	<i>dzeta</i>	<i>dz</i>	<i>dz</i>
7	H	η	<i>eta</i>	<i>ē</i>	<i>ê</i>
8	Θ	θ	<i>theta</i>	<i>th</i>	<i>th</i>
9	I	ι	<i>iota</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
10	K	κ	<i>kapa</i>	<i>k</i>	<i>k</i>
11	Λ	λ	<i>lambda</i>	<i>l</i>	<i>l</i>
12	M	μ	<i>mü</i>	<i>m</i>	<i>m</i>
13	N	ν	<i>nü</i>	<i>n</i>	<i>n</i>
14	Ξ	ξ	<i>csi</i>	<i>x (cs)</i>	<i>cs</i>
15	O	ο	<i>ómicron</i>	<i>o</i>	<i>ó</i>
16	Π	π	<i>pi</i>	<i>p</i>	<i>p</i>
17	P	ρ	<i>rô</i>	<i>r</i>	<i>r</i>
18	Σ	σ, ζ	<i>sigma</i>	<i>s</i>	<i>s</i>
19	T	τ	<i>tau</i>	<i>t</i>	<i>t</i>
20	Υ	υ	<i>üpsilon</i>	<i>ü</i>	<i>ü</i>
21	Φ	φ	<i>fî (phî)</i>	<i>ph (f)</i>	<i>f</i>
22	X	χ	<i>xi (khi)</i>	<i>kh</i>	<i>kh</i>
23	Ψ	ψ	<i>psi</i>	<i>ps</i>	<i>ps</i>
24	Ω	ω	<i>ômega</i>	<i>ō</i>	<i>ô</i>

Bibliografia

RUCK, Carl A. P. (1991) *Ancient Greek: A New Approach*. 2 ed. Massachusetts: The Massachusetts Institute of Tecnology, p. 3-5.

Propriedades Mecânicas de Alguns Materiais

SAE	CONDIÇÃO	Temp. de austenitização (°C)	Resistência à Tração (MPa)	Limite de escoamento (MPa)	Alongamento (%)	Redução de Área (%)	Dureza(HB)	Impacto (J)
1015	Laminado	-	420	315	39,0	61	126	111
	Normalizado	925	425	325	37,0	70	121	115
	Recozido	870	385	285	37,0	70	111	115
1020	Laminado	-	450	330	36,0	59	143	87
	Normalizado	870	440	345	35,8	68	131	118
	Recozido	870	395	295	36,5	66	111	123
1030	Laminado	-	550	345	32,0	57	179	75
	Normalizado	925	525	345	32,0	61	149	94
	Recozido	845	460	345	31,2	58	126	69
1040	Laminado	-	620	415	25,0	50	201	49
	Normalizado	900	595	370	28,0	55	170	65
	Recozido	790	520	350	30,2	57	149	45
1050	Laminado	-	725	415	20,0	40	229	31
	Normalizado	900	750	430	20,0	39	217	27
	Recozido	790	635	365	23,7	40	187	18
1060	Laminado	-	815	485	17,0	34	241	18
	Normalizado	900	775	420	18,0	37	229	14
	Recozido	790	625	370	22,5	38	179	11
1080	Laminado	-	965	585	12,0	17	293	7
	Normalizado	900	1015	525	11,0	21	293	7
	Recozido	790	615	380	24,7	45	174	7
1095	Laminado	-	965	570	9,0	18	293	4
	Normalizado	900	1015	505	9,5	14	293	5
	Recozido	790	655	380	13,0	21	192	3
1117	Laminado	-	490	305	33,0	63	143	81
	Normalizado	900	470	305	33,5	54	137	85
	Recozido	860	430	285	32,8	58	121	94
1137	Laminado	-	625	380	28,0	61	192	83
	Normalizado	900	670	400	22,5	49	197	64
	Recozido	790	585	345	26,8	54	174	50

Múltiplos

Potência de base 10	Nome	Símbolo
10	deca	da
10^2	hecto	h
10^3	kilo	k
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{21}	zetta	Z
10^{24}	yotta	Y

SubMúltiplos

Potência de base 10	Nome	Símbolo
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a
10^{-21}	zepto	z
10^{-24}	yocto	y

Laboratório



Ensaio de Tração

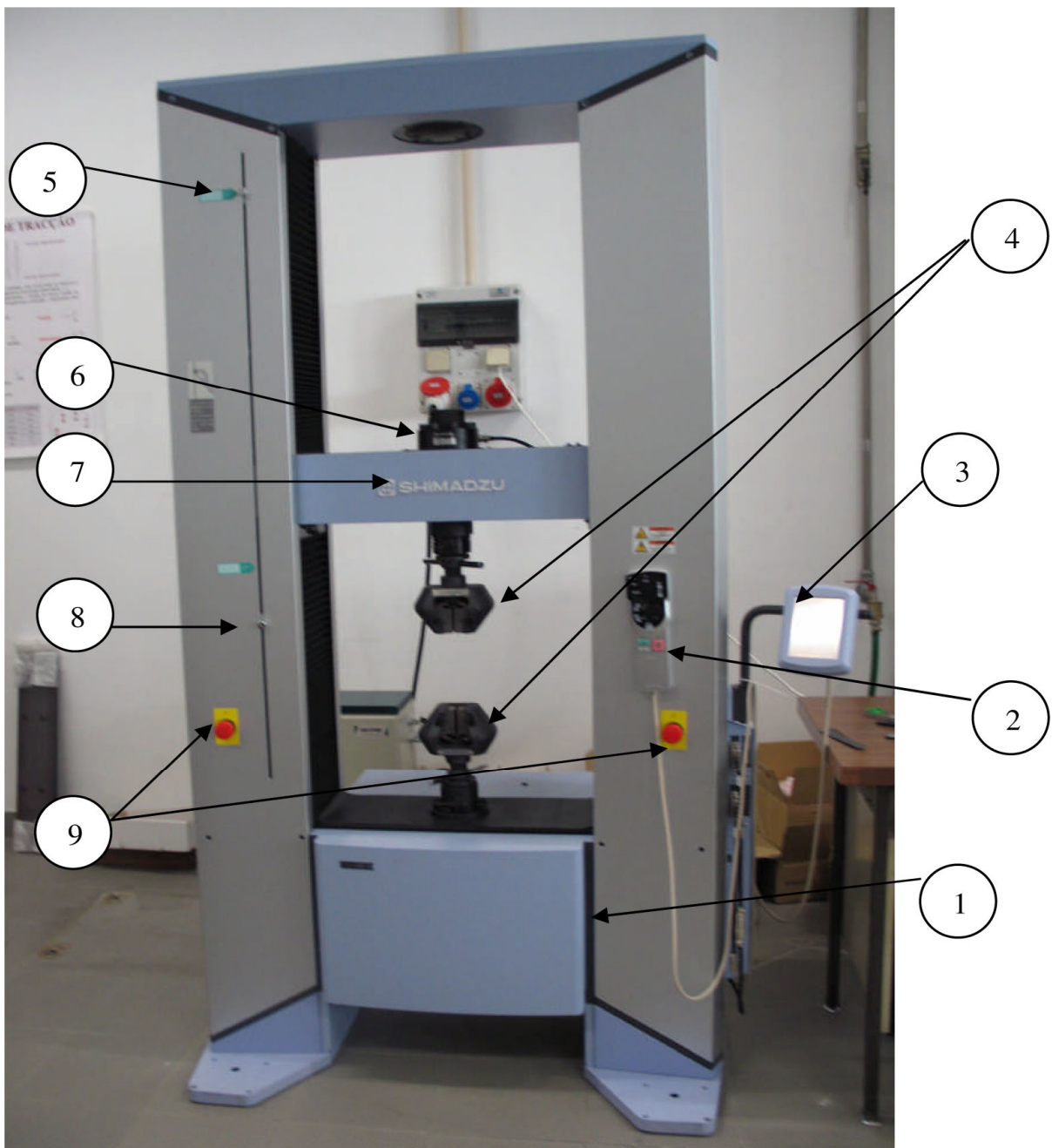
(Laboratório de Ensaaios Mecânicos)



Sumário

1 – Máquina de Ensaio – Shimadzu	3
2 – Instruções de Segurança.....	4
3 – Tipos de Ensaio	4
4 – Procedimento de Ensaio.....	5
5 - Fixação do Corpo de Prova	7
6 – Colocação do Extensômetro	8

1 – Máquina de Ensaios – Shimadzu



Legenda:

1 – Interruptor ON/OFF

2 – Controlador “Smart”

3 – Painel de Comandos

4 – Cabeçotes de fixação

5 – Botão limite superior

6 – Célula de carga

7 – Barra Suporte

8 – Botão limite inferior

9 – Botão de emergência

2 – Instruções de segurança

- O operador deve estar perfeitamente inteirado do uso da máquina e do seu modo de emprego (antes de começar a operá-la deverá ler atentamente este manual).
- Se tiver alguma dúvida não hesite em perguntar ao docente ou ao técnico do laboratório.
- Deve-se tomar todo o cuidado com a colocação do corpo de prova no dispositivo de fixação de modo a apoiá-lo perpendicularmente ao eixo da máquina e de forma a minimizar a possibilidade de existir escorregamento entre o corpo de prova e os mordentes.
- Tomar a precaução de não assistir ao ensaio numa posição que possa comprometer a segurança pessoal ou do pessoal do grupo de trabalho.
- Caso ocorra algum acidente mantenha a calma e chame imediatamente o docente ou o técnico do laboratório.

3 – Tipos de Ensaios

A máquina Shimadzu Autograph permite realizar os seguintes ensaios:

- Tração.
- Flexão em três pontos.
- Compressão.

4 – Procedimento de Ensaio

- 1) Identificar, medir e registrar as medidas dos corpos de prova disponíveis.
- 2) Traçar as marcas de referência ao longo do comprimento livre (para medir o alongamento após a ruptura observando-se os limites do comprimento útil.
- 3) Selecionar e montar os mordentes no cabeçote da máquina para fixar o corpo de prova (os mordentes serão escolhidos em função da geometria e diâmetro do corpo de prova).
- 4) Ligar a máquina no interruptor geral (1) e no botão que se encontra na parte de trás e lateralmente.
- 5) Ligar o computador de apoio à máquina e abrir o programa Trapezium (o ícone de acesso está situado no “desktop”);
- 6) Introduzir o usuário e a senha:
Usuário: user
Senha: user
- 7) Colocar o cabeçote na posição de trabalho com a ajuda do controlador “Smart”. Para isso acionar a tecla “Manual” e movimentar o cabeçote continuamente com as teclas “Up” ou “Down”.
- 8) Fixar o corpo de prova na máquina, verificando o correto alinhamento do mesmo com o dispositivo de fixação. Colocar o extensômetro, caso seja necessário.
Ver ponto 5 – Fixação do corpo de prova e ponto 6 – Colocação do extensômetro.
- 9) No programa Trapezium selecionar o tipo de ensaio que pretende efetuar. Clicar na janela “abrir método”.

Na barra de ferramentas abrir a pasta “Methods” e abrir o ensaio pretendido.

As condições de ensaio estão já previamente definidas para os ensaios mais usados no laboratório, para isso basta selecionar os testes disponíveis da lista em anexo:

- teste_haste_do_extensômetro
- teste_haste_aço_sem_extensômetro
- teste_poisson
- teste_de_tração_5kN

10) Após selecionar o teste clicar em “Executar ensaio com este método”.

Quando a janela de ensaio se abrir basta selecionar o botão “Iniciar” no canto superior esquerdo, para que o ensaio comece a ser executado.

11) No caso de usar o extensômetro, no programa deve estar estabelecido um limite de segurança para que este seja retirado do corpo de prova antes da ruptura.

Nota: antes de começar o ensaio verificar se o programa tem esse limite pré – definido.

12) Retirar o extensômetro quando aparecer a mensagem na tela. Reiniciar o ensaio selecionando o botão “Iniciar” (Canto superior esquerdo).

Como alternativa pode-se parar o ensaio para se retirar o extensômetro, caso seja necessário, antes de aparecer a mensagem. Para isso basta selecionar “Remover extensômetro“ no menu lateral e

aguardar pela pausa e consequente mensagem . Retirar o extensômetro quando aparecer a mensagem na tela.

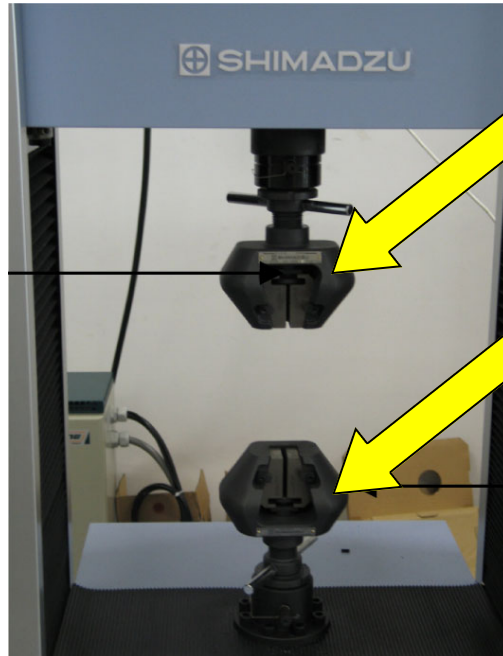
Reiniciar o ensaio selecionando o botão “Iniciar” (Canto superior esquerdo), para que o ensaio recomece.

13) Após a ruptura do corpo de prova :

- Retirar o corpo de prova dos mordentes.
- Efetuar a medição do diâmetro, comprimento final (e espessura final no caso de corpos de prova planos).
- Efetuar o registro das medidas no programa pela ordem que é pedida:
 - comprimento - corresponde ao comprimento final.
 - diâmetro - corresponde ao diâmetro final.
 - espessura - corresponde à espessura final.

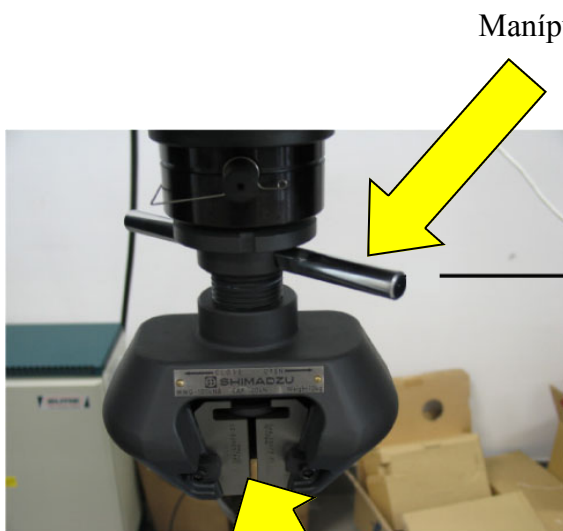
14) No computador salvar o ensaio selecionando “Salvar Como”. Se preferir pode-se salvar o ensaio como PDF utilizando-se a opção “export”.

5 - Fixação do Corpo de Prova



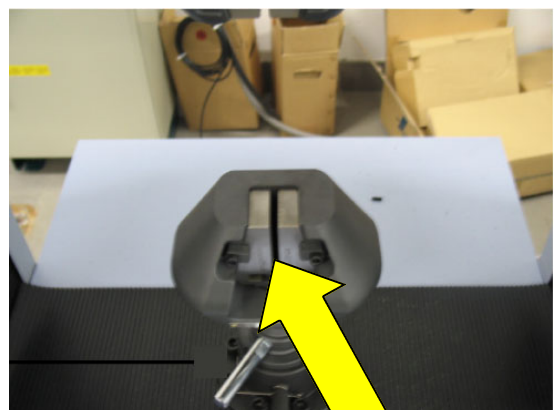
Cabeçote de Fixação

Cabeçote de Fixação



Manípulo

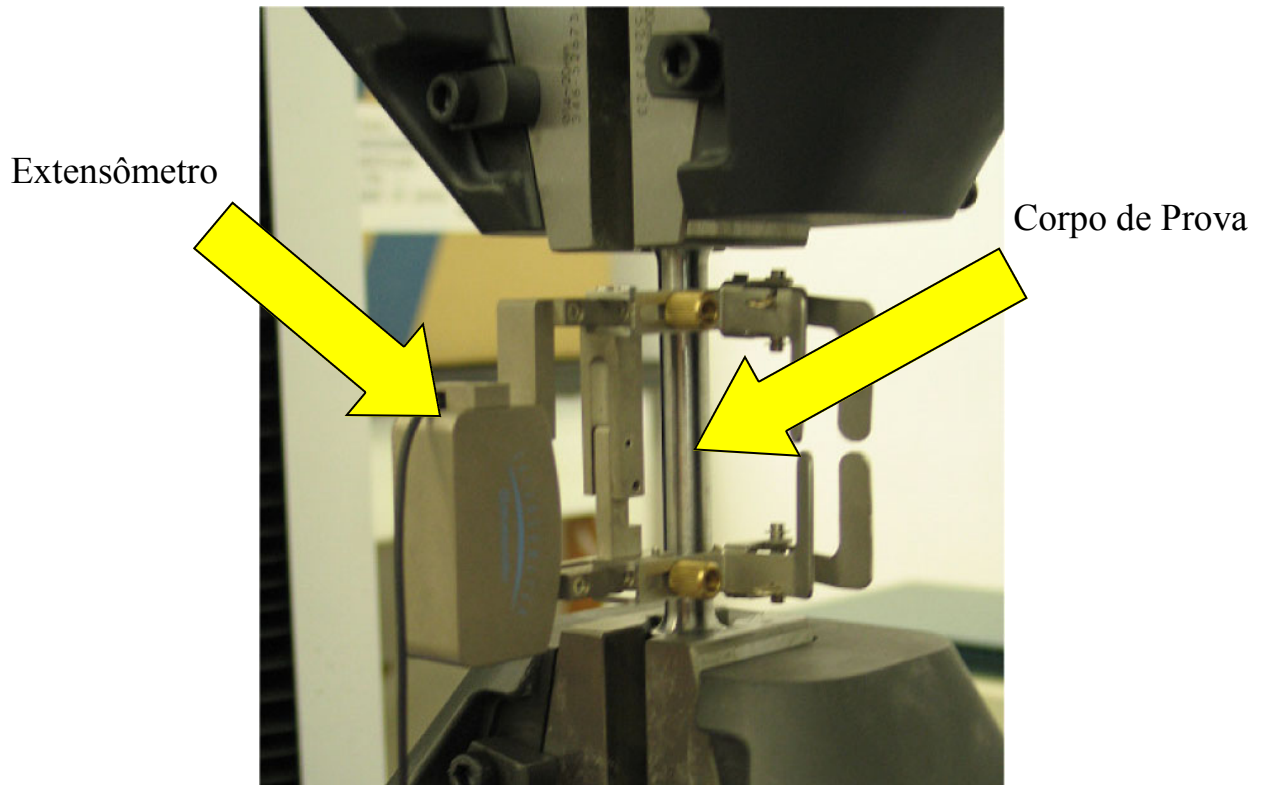
Mordentes



Mordentes

Manípulo - Ao ser girado prende o corpo de prova através dos mordentes ou o solta.

5 - Colocação do Extensômetro



Bibliografia:

V. D. Silva, *Mecânica e Resistência dos Materiais*, 3ª Edição, Editora Zuari. Coimbra, 2004

F. P. Beer & E. R. Johnston, *Resistência dos Materiais*, 3ª edição. MAKRON Books. Rio de Janeiro, 2006.

R. C. Hibbeler, *Resistência dos Materiais*, 3ª edição. LTC. Rio de Janeiro, 2002.

I. Miropoliubov et al. *Problemas de Resistência dos Materiais*, 2ª edição. Editora Mir. Moscou, 1983.